

GIOVANNI GUASPARRI e GIUSEPPE SABATINI

STUDIO METODOLOGICO
PER L'ANALISI MODALE AL CONTATORE DI PUNTI:
RISULTATI DI RICERCHE SU ROCCE MAGMATICHE
DELLA SARDEGNA CENTRO-SETTENTRIONALE (*)

RIASSUNTO. — Nel corso dell'analisi modale al contatore di punti di rocce granodioritiche e quarzodioritiche della Sardegna centro-settentrionale è emerso come non sia sempre sufficientemente valida l'applicazione dei metodi proposti in letteratura per la valutazione dell'errore analitico. Infatti la verifica sperimentale dei metodi su rocce granulometricamente simili ha chiaramente mostrato come i caratteri strutturali siano di fondamentale importanza per la definizione dell'area minima da analizzare per ottenere un determinato grado di precisione.

Il concetto statistico di « sample size », applicato alle popolazioni rappresentate dalle percentuali mineralogiche delle infinite sezioni casuali, di dimensioni costanti, di cui può ritenersi costituito un campione di roccia, permette di definire per ogni minerale la precisione dell'analisi modale senza dover ricorrere alla determinazione di un indice granulometrico.

Questo modo di operare si rivela perciò particolarmente utile nel caso di rocce inequigranulari e comunque nel caso di rocce i cui caratteri strutturali possono inficiare la validità della stima di un tale indice.

Varie indicazioni sulla validità del metodo applicato risultano da una serie di verifiche e confronti.

Le prove sperimentali condotte hanno permesso di studiare anche il diverso grado di omogeneità di distribuzione dei vari minerali nella compagine delle rocce prese in esame.

ABSTRACT. — Point-counter modal analysis of granodioritic and quartzdioritic rocks from the Northern part of Central Sardinia (Italy) has shown that methods from literature do not always provide a sufficiently valid estimate of the analytical error. The experimental control of such methods, performed on rocks of

(*) Studio intrapreso nell'ambito dei programmi del Gruppo di Ricerca del C.N.R. per lo studio geologico-petrografico e mineralogico-giacimentologico della Sardegna, Sezione VII, Istituto di Mineralogia e Petrografia della Università di Siena.

similar granulometry, has clearly proven the outstanding importance of the rock's textural features in estimating the minimum size of the sample area that will provide a certain degree of precision.

The statistical concept of « sample size » applied to the populations represented by the mineralogical percentages of the infinite random thin sections of constant dimensions, which may be considered as constituting a hand-specimen, allows us to establish, for each mineral, the precision of the modal analysis without having to determine a granulometric index.

This method is therefore particularly useful with inequigranular rocks or, anyhow, with rocks whose textural features give no validity to such an index.

The reliability of the applied method has been experimentally verified.

Some of our experiments have also yielded information about the degree of homogeneity in the distribution of minerals in the rocks examined.

Introduzione.

Lo studio petrografico preliminare della massa intrusiva affiorante nella zona Orotelli-Bolotana-Bultei (Sardegna Centro-Settentrionale) ha messo in luce la presenza di almeno quattro litotipi ben differenziabili sia in base alla composizione mineralogica, qualitativa o quantitativa, sia in base ad alcuni caratteri strutturali. Tali litotipi sono riconducibili a granodioriti o quarzodioriti.

Si tratta in ogni caso di rocce a struttura ipidiomorfa composte di plagioclasio, quarzo, biotite, feldspato potassico ed anfibolo; gli ultimi due minerali sono presenti in quantità fortemente variabili fino ad essere assenti. Un litotipo presenta un carattere inequigranulare assai poco marcato, mentre gli altri litotipi mostrano un carattere più o meno marcatamente inequigranulare (dimensioni dei granuli variabili da frazioni di millimetro a 2-3 mm).

Quest'ultimo carattere si rileva soprattutto nell'ambito dei minerali silicici ed anche nell'ambito di aggregati monominerali, senza per altro soluzione di continuità nelle dimensioni degli individui cristallini. Inoltre, più in particolare, il quarzo presenta più o meno frequentemente, nei tre litotipi suddetti, un assetto strutturale in aggregati cristallini mentre il feldspato potassico ha per lo più un carattere pecilítico con inclusioni di tutti gli altri minerali presenti nella compagine; questi ultimi sono spesso così abbondanti da far quasi apparire il feldspato potassico come un elemento interstiziale.

Studi precedenti e impostazione del problema.

Dovendo affrontare lo studio modale di tali rocce, ci siamo chiesti fino a che punto i vari metodi proposti in letteratura per l'analisi modale al contatore di punti, consentissero una valutazione della precisione dell'analisi stessa per un adeguato confronto dei risultati. E ciò in quanto i vari metodi sono stati messi a punto partendo dall'analisi di un solo tipo di roccia oppure da modelli artificiali ed assai semplificativi.

CHAYES (1956) ha affrontato in maniera rigorosa il problema della determinazione dell'errore analitico dell'analisi modale al contatore di punti, arrivando a concludere che il valore di questo, a parità di sezioni di determinate dimensioni esplorate e di punti contati, dipende solo dall'indice che esprime la grana media della roccia IC .

Non dobbiamo dimenticare che CHAYES dà soltanto un valore medio dell'errore per i minerali fondamentali e pertanto la sua conclusione, a nostro avviso, è sostanzialmente valida solo nel caso di rocce (come quelle studiate da CHAYES) con composizione percentuale pressoché uguale dei vari minerali e con notevole tendenza alla equigranularità. Solo in rocce con forte tendenza alla equigranularità è per altro possibile una valida stima del parametro IC , a prescindere dalle ben note difficoltà operative.

BAYLY (1960) riprende i dati sperimentali di CHAYES rielaborandoli alla luce di due diversi criteri: uno che contrasta con le conclusioni di CHAYES, in quanto parte dal presupposto che sia corretto sottrarre la varianza di conteggio teorica V_c (calcolata nell'ipotesi di una distribuzione binomiale) dalla varianza totale delle prove per valutare la varianza di campionamento V_s , ed un altro che, partendo dall'ipotesi che due rocce con grana media diversa possano essere statisticamente considerate semplici riproduzioni in scala l'una dell'altra, consente di calcolare i valori della varianza di campionamento in funzione dell'indice granulometrico IC , dell'area esplorata A e dei contenuti mineralogici percentuali p .

Nel diagramma logaritmico costruito da BAYLY (fig. 3, pag. 126, op. cit.) i quattro valori del granito di Carnmenellis e quelli di Mt. Desert individuano effettivamente, con buona approssimazione, una retta con pendenza -1 come era nelle previsioni dell'autore; di qui il

calcolo della costante di proporzionalità, pari a 2200, che lega V_s ad $A \cdot IC^2$. E' evidente in BAYLY l'esigenza di superare i limiti posti dalle rigide tabelle di CHAYES che non consentono di valutare l'influenza della variabilità delle percentuali dei minerali, né di fare una libera scelta nel prelievo dell'area minima da esplorare e quindi della maglia di conteggio per ottenere un determinato grado di precisione dell'analisi modale. E' da sottolineare però, come avverte lo stesso autore, che la suddetta costante di proporzionalità è da ritenersi valida solo per le rocce prese in esame. Ciò significa che per un diverso tipo di roccia è necessario procedere ad una rivalutazione della stessa costante di proporzionalità. Inoltre, in accordo con CHAYES, noi riteniamo che per una valida stima dell'errore analitico è necessario tenere conto del modo in cui viene prelevata l'area totale che si esplora in quanto può essere diverso l'errore dedotto dall'esplorazione di una stessa superficie a seconda che questa sia o no la somma di più sezioni sottili tratte da uno stesso campione. BAYLY non dà nessuna indicazione a questo riguardo.

Successivamente BAYLY (1965), sulla base di un numero considerevole di nuovi dati, sempre però ottenuti da rocce granitiche, applicando gli stessi concetti del precedente lavoro, giunge a conclusioni del tutto analoghe. L'introduzione dell'intercetta media i , che esprime il diametro medio dei cristalli per ogni singola specie minerale, porta un contributo al miglioramento della stima dell'errore che rimane essenzialmente teorico visto che, anche per il calcolo di questo indice granulometrico, permangono le difficoltà e le limitazioni già riportate per IC .

SOLOMON (1963), applicando su un modello sperimentale i risultati teorici di HASOFER, ottenuti da una costruzione che in ipotesi assimila l'aggregato cristallino di una roccia ad un sistema di N sfere di raggio costante R , perviene ad una espressione per il calcolo dell'errore analitico non molto dissimile da quella di BAYLY, come quest'ultimo riconosce, se non per l'assunzione suddetta.

Da quanto sopra esposto emerge chiaramente come il fattore determinante per il calcolo dell'errore analitico rimanga per tutti i su citati autori un parametro che esprime numericamente la grana media della roccia o quella dei singoli costituenti mineralogici.

Nel caso delle nostre rocce, se applichiamo i normali criteri di stima di un indice granulometrico (IC od i), otteniamo valori del tutto simili per tutti i quattro litotipi considerati (vedi per i valori di IC

la tabella III). In pratica, per tutte le rocce in esame, si renderebbe necessaria l'esplorazione di una stessa area per conseguire uno stesso errore e ciò in dissonanza con quanto dovremmo attenderci per le sensibili differenze riscontrate in alcuni loro caratteri strutturali.

Questo fatto ci ha indotto a ricercare un metodo che permetta di calcolare le dimensioni dell'area minima da esplorare senza dover ricorrere per questo alla utilizzazione di un indice granulometrico che evidentemente non può tener conto di una realtà che non deve essere trascurata.

Un modo di risolvere questo problema è quello di inquadrarlo nei limiti di un campionamento statistico di una certa popolazione. Possiamo cioè considerare il nostro campione di roccia come un insieme di infinite sezioni casuali, tutte di uguali dimensioni, ciascuna di esse rappresentante un individuo della popolazione.

In particolare, se di ogni individuo di questa popolazione misuriamo un certo attributo (per es. la percentuale di un dato minerale) gli infiniti valori di questo attributo vengono a costituire l'oggetto della nostra indagine.

Ciò premesso, il problema della definizione dell'area minima da esplorare o, più esattamente, del numero minimo di sezioni sottili da esplorare per conseguire un determinato errore nella valutazione della composizione mineralogica di un campione di roccia, rientra nel caso generale della definizione delle dimensioni, statisticamente valide, che si devono dare ad un campione affinché la media vera della popolazione μ abbia una probabilità prescelta di essere contenuta entro un particolare intervallo definito intorno alla media stimata dal campione stesso \bar{X} .

Nessun metodo permette di determinare in maniera rigorosamente esatta il numero di individui della popolazione da esaminare (nel nostro caso numero di sezioni prelevate casualmente dal campione di roccia) per conseguire un tale scopo. Esistono tuttavia dei metodi empirici capaci di dare risposte sufficientemente approssimate i quali sono basati tutti sull'espressione dei limiti di confidenza della media (HEALY, 1962; DAGNELIE, 1964; HARRIS ed AL., 1948; ecc.).

Noi abbiamo preferito adottare, per la sua semplicità e per il consenso quasi generale dei testi di statistica (vedi per es. H. B. MILNER, 1962; W. C. KRUMBEIN e F. A. GRAYBILL, 1965; J. A. COCHRAN e G. M. COX, 1957; J. C. GRIFFITHS, 1967; J. P. CANCELA DA FONSECA, 1965), l'espressione del t di Student che permette di definire, nel caso

di piccoli campioni, la significatività della differenza fra due medie ad un richiesto livello di probabilità. In tal caso abbiamo:

$$t^2 = \frac{(\bar{X} - \mu)^2 \cdot n}{s^2} \quad (1)$$

risolvendo rispetto ad n otteniamo:

$$n = \frac{(\bar{X} - \mu)^2}{t^2 \cdot s^2} \quad (2)$$

dove n = dimensioni del campione;

s = deviazione standard stimata;

t = valore del t di Student competente ai gradi di libertà usati ed al livello di probabilità scelto;

$\bar{X} - \mu$ = scarto dalla media prescelto.

Se calcoliamo s dall'esame di un piccolo numero di individui, prendiamo dalle tabelle il valore di t (nel presente lavoro abbiamo utilizzato il livello di probabilità 80%) e attribuiamo ad $\bar{X} - \mu$ il valore dello scarto dalla media prescelto, possiamo calcolare il valore di n ⁽¹⁾.

L'espressione (2) vale nel caso di popolazioni a distribuzione normale, come può assumersi per il contenuto percentuale dei minerali più abbondanti delle rocce sulla base delle deduzioni di altri Autori e di tests di perequazione alla normale standard da noi preliminarmente eseguiti. E' chiaro che nell'applicare la (2) nel caso di minerali il cui contenuto percentuale nella roccia è inferiore al 10%, è necessario accettare una minore approssimazione, data la nota tendenza ad avere in tali casi una distribuzione del tipo di Poisson.

⁽¹⁾ Anche SCHRYVER, in un suo recentissimo lavoro pubblicato nel fascicolo 12 della rivista «The American Mineralogist», 1968, applica lo stesso concetto statistico di «sample size» in uno studio modale di gneiss occhiadini. La roccia, a detta dell'Autore, è fortemente eterogranulare con granuli le cui dimensioni variano con continuità da qualche frazione di mm a 5 cm. L'Autore esegue le conte su due slabs di 4000 mm² per ogni campione di roccia. Il troppo basso numero di sezioni per campione non permette di arrivare ad una stima accettabile della «within specimen variance» e l'Autore è quindi costretto a ricorrere ad una «pooled within specimen variance». Si tratta in definitiva della stima di una varianza media proveniente per di più da un campionamento, come afferma lo stesso SCHRYVER, fortemente disomogeneo rispetto all'affioramento studiato. Inoltre

Ricerche sperimentali e discussione dei risultati.

a) *Costruzione della prova.*

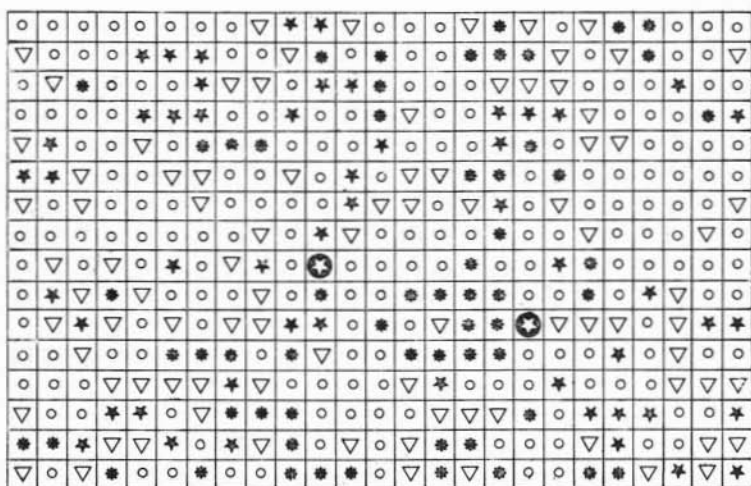
La necessaria verifica di un tale modo di operare ci ha suggerito l'opportunità di costruire una prova più complessa che consentisse di portare un contributo anche all'esame di altri aspetti, non del tutto secondari, dell'analisi modale. Intendiamo con questo riferirci al problema dell'influenza dell'errore di conteggio, al problema dei costi, ed in particolare al problema della effettiva differenza di precisione che si ottiene nell'analisi modale di un campione di roccia con l'esame di una certa area presa come un'unica sezione sottile rispetto all'esame di una stessa area totale presa come somma di più sezioni, tutte di uguali dimensioni, e indipendenti.

A tal fine abbiamo tagliato in maniera casuale da ciascuno dei quattro campioni rappresentativi dei litotipi, di cui si è all'inizio accennato, 8 sezioni sottili ciascuna di 800 mm^2 (dimensioni $25 \times 32 \text{ mm}$).

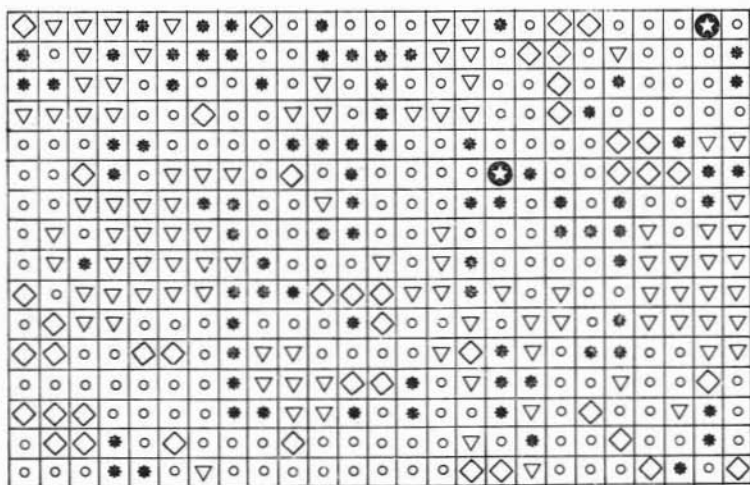
Le conte, eseguite mediante un normale contatore di punti J. Swift con maglia 1 mm^2 , sono state interamente trascritte in modo da ottenere una rappresentazione grafica del contenuto minerale delle varie sezioni che è fedele entro i limiti dell'errore di conteggio. Tale rappresentazione in primo luogo ha permesso di eseguire conte successive a maglia variata (di cui parleremo in seguito) su aree rigorosamente identiche e coincidenti per le varie maglie, in secondo luogo è servita a dare un'idea, sia pure approssimata, del modo di distribuirsi dei vari minerali all'interno dei campioni esaminati. Esempi di queste rappresentazioni sono riportati in fig. 1.

non possiamo esimerci dall'osservare che le risposte in numero di sezioni necessarie da esplorare, ottenute da SCHRYVER, per la determinazione quantitativa dei minerali delle sue rocce, sono del tutto non realistiche rispetto all'errore analitico posizionato ed al livello di probabilità scelto. Infatti una esatta applicazione dell'espressione (05) (ci riferiamo al calcolo riportato dall'Autore a pag. 2041 e 2042), avrebbe portato ad esempio per il feldspato potassico, non a 2 bensì a 12 il numero di sezioni da 40 cm^2 da esaminare per ottenere un errore analitico uguale a 2; risposta assai più logica, dato il tipo di roccia in oggetto, per quanto ottenuta utilizzando una varianza mediata.

Al di là comunque di queste osservazioni e dei diversi scopi perseguiti, esiste un'uguaglianza di opinione fra noi e SCHRYVER sulla validità del concetto di « *sample size* » per risolvere il problema dell'analisi modale di rocce fortemente eterogranulari.



(a)



(b)

- | | |
|-------------------|-------------|
| ○ Plagioclasio | ▽ Quarzo |
| ◇ Feld. potassico | * Biotite |
| ★ Anfibolo | ★ Accessori |

Fig. 1. — Esempi di rappresentazioni grafiche dell'analisi modale eseguita con maglia 1 mm².

(a) e (b) si riferiscono alla metà di una sezione da 800 mm² rispettivamente del campione 1 e del campione 4.

Si può rilevare in particolare il diverso modo di distribuirsi dei punti rappresentativi del quarzo nei due campioni: più omogeneo nel campione 1 che nel campione 4 dove è riflessa la tendenza di questo minerale a dare aggregati cristallini.

Analoga scarsa casualità di distribuzione è evidente per i punti rappresentativi del feldspato potassico nello stesso campione 4.

Ogni sezione sottile è stata suddivisa nel seguente modo nell'esplorazione con maglia 1 mm^2 :

- 16 gruppi da 50 punti
(1 gruppo = 2 traverse consecutive per un'area complessiva di 50 mm^2)
- 8 gruppi da 100 punti
(1 gruppo = 4 traverse consecutive per un'area complessiva di 100 mm^2)
- 4 gruppi da 200 punti
(1 gruppo = 8 traverse consecutive per un'area complessiva di 200 mm^2)
- 2 gruppi da 400 punti
(1 gruppo = 16 traverse consecutive per un'area complessiva di 400 mm^2)
- 1 gruppo da 800 punti
(1 gruppo = 32 traverse consecutive per un'area complessiva di 800 mm^2)

Abbiamo così ottenuto per ciascun campione:

- 128 gruppi da 50 punti
- 64 gruppi da 100 punti
- 32 gruppi da 200 punti
- 16 gruppi da 400 punti
- 8 gruppi da 800 punti

Si è poi stimata la percentuale dei vari minerali, che per costruzione rimane uguale per tutti i tipi di raggruppamento, e si è proceduto al calcolo delle relative deviazioni standard.

Ottenute dunque le stime di questi parametri per ciascun minerale mediante l'espressione (2) abbiamo facilmente calcolato il numero di individui delle varie popolazioni che si devono esaminare per pervenire ad una stima della media che non si discosti dalla media vera μ incognita oltre un certo scarto prefissato al livello di probabilità scelto dell'80% (si è prefissato per ciascun minerale un valore dello scarto pari al 10% della media stimata nella prova preliminare).

I risultati sono riportati nella tabella I.

b) *Considerazioni teoriche.*

Ancor prima di commentare i risultati della tabella suddetta sono opportune alcune considerazioni generali, premettendo sin d'ora che per pura comodità di esposizione, nel fare i confronti fra i diversi raggruppamenti, verranno talora considerate, anziché i valori di n (che è il vero parametro da considerare), le aree totali corrispondenti agli stessi valori di n .

Una delle proprietà della distribuzione normale permette di affermare che, data una popolazione a densità normale con media μ e deviazione standard σ , medie di campioni casuali estratti dalla stessa popolazione sono distribuite ancora secondo una normale di media μ e deviazione standard σ/\sqrt{n} con $n =$ dimensioni del campione.

Ciò premesso, supposto come esempio che la popolazione a distribuzione normale sia quella rappresentata dalle infinite sezioni da 50 mm² di superficie, di cui può ritenersi costituito il campione di roccia, e che i successivi individui da 100, 200, ecc., siano costruiti con individui da 50 mm² presi a caso, le dimensioni del campione calcolate mediante la (2) sarebbero teoricamente tutte uguali per ogni tipo di raggruppamento.

Per tener conto poi della effettiva costruzione della nostra prova è conveniente, ai fini di una maggiore chiarezza, ricorrere ad un esempio teorico limite.

Supponiamo di partire da un certo numero di sezioni sottili da 800 mm² diverse tra loro per il contenuto percentuale di un certo minerale ma tali che la percentuale dello stesso minerale sia uguale per tutti i 16 individui da 50 mm² di cui può ritenersi costituita ciascuna sezione. In questa ipotesi avremo che per tutti i tipi di raggruppamento, a partire da quello da 50 mm² sino a quello da 800 mm², non solo saranno uguali le medie percentuali dei vari minerali, ma anche le relative deviazioni standard. Applicando quindi l'espressione (2) avremo risposte uguali in n e di conseguenza risposte in area totale progressivamente doppie nel passare dai gruppi da 50 mm² sino ai gruppi da 800 mm². E' interessante notare che anche prelevando da ciascuna sezione un individuo di uno stesso tipo di raggruppamento, la competente deviazione standard resta ancora uguale al di là dell'effetto del minor numero di gradi di libertà.

Tutto ciò consegue evidentemente da un esempio limite di massima correlazione all'interno delle singole sezioni che, tradotto in pratica, rappresenta un caso di forte disomogeneità della roccia per il minerale considerato almeno sino alla scala degli 800 mm².

A partire da questo caso limite noi possiamo nella realtà trovare tutti i casi intermedi fino ad una risposta in n progressivamente dimezzata nell'andare dal più piccolo raggruppamento fino a quello più grande. In quest'ultimo caso, per n dimezzato e quindi per risposte

uguali in area, si avrebbe la situazione opposta di correlazione nulla: due individui qualunque, a partire da quelli da 50 mm², anche se contigui, si comportano come casuali. Questo significherebbe grande omogeneità di distribuzione dello stesso minerale fino dalla scala dei 50 mm².

Per come è costruita la prova è dunque evidente che in linea teorica le deviazioni standard dei vari raggruppamenti si condizionano in due possibili modi. In un primo esse seguiranno la legge della distribuzione normale, già precedentemente indicata, in un secondo ogni raggruppamento avrà un valore della deviazione standard tale da ammettere come limite superiore il valore della deviazione standard del raggruppamento immediatamente più piccolo, e come limite superiore questo stesso valore diviso per \sqrt{n} , nel caso considerato $\sqrt{2}$.

Per es.:

$$s_{200}/\sqrt{2} \leq s_{400} \leq s_{200}.$$

Nel caso dunque di risposte in area totale che si raddoppiano o che siano crescenti progressivamente passando dai 50 mm² agli 800 mm², dovremo in pratica considerare i vari raggruppamenti come popolazioni distinte. Le indicazioni che essi danno possono considerarsi attendibili solo nell'ambito della rispettiva popolazione; i parametri statistici dei raggruppamenti inferiori agli 800 mm², ed in particolare la deviazione standard, rispecchiano i valori dei parametri competenti alla rispettiva popolazione però ad un livello di gradi di libertà evidentemente inferiore a quello della prova (nel caso limite di massima correlazione preso in esame, gli effettivi gradi di libertà erano per tutti uguali a quelli del raggruppamento da 800 mm²).

Non possiamo infine trascurare di accennare sin da ora all'influenza dell'errore di conteggio. Evidentemente se accettiamo le conclusioni di CHAYES in proposito, dobbiamo concludere che nel passare da un'area di 50 mm² stimata con 50 punti ad un'area da 800 mm² stimata con 800 punti, l'errore di conteggio per un dato minerale, a parità di media percentuale dello stesso, sarà nel primo caso molto più elevato rispetto al secondo. Ciò opererebbe in opposizione a quei fattori già esaminati tendenti a dare risposte progressivamente più elevate in area totale, fino a rovesciare probabilmente detta tendenza.

TABELLA I. - Risultati della prova eseguita con maglia di conteggio = 1 mm².

CAMPIONE 1		Plagioclasio (media = 50,00 %)			Quarzo (media = 19,54 %)			Biotite (media = 17,61 %)			Anfibolo (media = 12,71 %)		
P	N	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	8,67	5,0	250	6,30	17,3	865	6,36	21,7	1.085	5,62	32,4	1.622
100	64	6,04	2,5	250	4,27	8,0	800	4,67	11,8	1.180	3,55	13,1	1.310
200	32	4,16	1,2	240	3,14	4,4	880	3,62	7,3	1.460	2,58	7,1	1.420
400	16	2,83	0,6	240	2,24	2,4	960	2,72	4,3	1.720	2,04	4,7	1.880
800	8	1,85	0,3	240	1,53	1,2	960	1,97	2,5	2.000	1,46	2,6	2.080
CAMPIONE 2		Plagioclasio (media = 52,61 %)			Quarzo (media = 24,48 %)			Biotite (media = 20,56 %)			Anfibolo (media = 2,02 %)		
P	N	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	9,94	5,9	295	8,48	19,9	995	7,38	21,4	1.070	2,74	305,7	15.280
100	64	7,24	3,2	320	6,48	11,8	1.180	5,30	11,2	1.120	1,80	132,8	13.280
200	32	5,51	1,9	380	4,91	6,9	1.380	3,78	5,8	1.160	1,24	64,8	12.960
400	16	4,60	1,4	560	4,19	5,3	2.120	3,28	4,6	1.840	1,03	46,8	18.720
800	8	3,27	0,8	640	3,42	3,9	3.120	1,81	1,6	1.280	0,84	34,6	27.690

segue Tab. I

CAMPIONE 3													
P	N	Plagioclasio (media = 50,56 %)			Quarzo (media = 22,25 %)			Biotite (media = 23,69 %)			K — feldspato (media = 3,05 %)		
		s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	12,16	9,6	480	13,20	58,4	2.920	6,30	11,7	585	2,64	124,5	6.225
100	64	9,00	5,3	530	11,53	45,1	4.510	4,31	5,5	550	2,03	74,4	7.440
200	32	7,11	3,4	680	8,36	24,3	4.860	3,05	2,8	560	1,49	41,1	8.220
400	16	3,91	1,1	440	5,24	10,0	4.000	2,03	1,3	520	1,03	20,4	8.160
800	8	3,20	0,8	640	3,99	6,4	5.120	1,44	0,7	560	0,98	20,7	16.560

CAMPIONE 4 (I prova)													
P	N	Plagioclasio (media = 45,17 %)			Quarzo (media = 24,83 %)			Biotite (media = 19,64 %)			K — feldspato (media = 9,94 %)		
		s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	11,75	11,2	560	13,97	52,6	2.630	7,22	22,4	1.120	7,92	105,5	5.275
100	64	9,89	8,0	800	12,52	42,7	4.270	5,67	14,0	1.400	7,41	93,4	9.340
200	32	7,75	5,1	1.020	10,38	30,0	6.000	4,62	9,5	1.900	6,75	79,1	15.820
400	16	6,05	3,2	1.280	8,38	20,5	8.200	3,46	5,6	2.240	5,54	55,8	22.320
800	8	4,81	2,3	1.840	6,52	13,8	11.040	2,36	2,9	2.320	4,91	48,9	39.120

c) *Analisi dei risultati.*

I dati della tabella I mostrano nel complesso abbastanza chiaramente la validità delle considerazioni teoriche svolte.

Due campioni, il primo e il quarto, si comportano in maniera sostanzialmente diversa. Per il primo campione praticamente tutti i minerali, eccezion fatta per la biotite, danno risposte in area totale praticamente costanti per qualsiasi tipo di raggruppamento; per il quarto campione le stesse risposte in area sono per tutti i minerali progressivamente crescenti. Per quanto riguarda poi il secondo e il terzo campione esaminati, la biotite e il plagioclasio si comportano diversamente rispetto a quarzo e anfibolo ed a quarzo e feldspato potassico (anche se per il plagioclasio rimane più incerta l'interpretazione).

Sulla base delle considerazioni teoriche precedentemente esposte e dalle risultanze di cui alla tabella I, emerge per i minerali che danno risposte costanti in area totale una distribuzione tendenzialmente omogenea nella compagine della roccia, e una distribuzione eterogenea per i minerali che danno risposte progressivamente crescenti.

In questo senso diventano particolarmente utili anche i confronti che si possono fare per uno stesso minerale fra i diversi litotipi studiati. Ad es. si può osservare come per la determinazione quantitativa del quarzo, per uno stesso grado di precisione ed a parità di percentuale, sia richiesta una quantità di area fortemente crescente a partire dal primo sino al quarto campione.

SPIEGAZIONE DELLA TABELLA I

P = n° punti per gruppo

N = n° di gruppi

s = deviazione standard stimata

(*) n = dimensioni del campione

(**) A = area totale corrispondente al valore del prodotto di n per l'area del singolo gruppo.

L'errore analitico posizionato è, per ogni minerale, uguale al 10% della rispettiva media stimata.

(*) I valori di n sono qui riportati approssimati alla prima cifra decimale ai fini di una più chiara interpretazione dei risultati; nella realtà, trattandosi di sezioni sottili di ben definite dimensioni, è evidentemente necessaria l'approssimazione all'intero.

(**) I valori di A sono riportati unicamente al fine di rendere più immediati i confronti.

Si riflettono così in maniera eccellente le relazioni di questo minerale nello schema strutturale delle rocce esaminate: vale a dire la presenza di singoli individui cristallini (anche se talora a tendenza pecciliteica) uniformemente dispersi nel campione 1, e la tendenza sempre più spiccata a dare aggregati di cristalli a partire dal campione 2 fino al campione 4.

E' importante tuttavia ricordare che il confronto sul diverso modo di distribuirsi di un certo minerale nei vari litotipi è valido solo nella misura in cui le prove sui campioni siano state condotte in maniera identica; i risultati infatti sono influenzati da vari fattori tra cui, per es., il livello di probabilità scelto, lo scarto dalla media vera imposto, e soprattutto il numero di gradi di libertà della prova. Da questo ultimo fattore in particolare dipende fortemente l'ampiezza degli intervalli di confidenza delle deviazioni standard e la conseguente maggiore incertezza interpretativa.

L'interpretazione del diverso andamento delle risposte in area porta altresì ad un'altra importante conclusione e cioè che soltanto per l'analisi modale dei minerali che si dimostrino omogeneamente distribuiti nella compagine della roccia, è praticamente irrilevante, nell'esplorare una determinata superficie, che essa sia o no somma di più sezioni sottili tratte da uno stesso campione. Ciò può dunque ritenersi essenzialmente valido per plagioclasio, quarzo ed anche anfibolo del campione 1 e per la biotite dei campioni 2 e 3. Non altrettanto può dirsi per tutti gli altri minerali, dei quattro campioni, per la determinazione dei quali si dovrebbe necessariamente e rigorosamente seguire il criterio di casualità nel prelievo delle sezioni da esaminare, come del resto esige l'espressione (2). Per es. nel caso del quarzo del campione 4, se si vuol commettere un errore analitico di 2,48, diverso sarà il risultato di un conteggio su una unica sezione di 11.040 mm² da quello di un conteggio su 14 sezioni casuali da 800 mm² oppure, a prescindere dai costi, su 53 sezioni casuali da 50 mm².

L'impossibilità di valutare le reali dimensioni dell'errore di conteggio ci leggerà a contare le sezioni con la stessa densità di punti usata nella prova. Ciò in quanto il valore della varianza usata per il calcolo delle dimensioni del campione è comprensivo sia della varianza di campionamento che della varianza di conteggio e non è possibile d'altra parte valutare separatamente le due componenti se accettiamo, come accettiamo, la conclusione di CHAYES che esse sono in pratica inscindibili dalla varianza totale.

TABELLA II. - Risultati delle due prove indipendenti sul campione 4 eseguite con maglia di conteggio = 1 mm²

CAMPIONE 4 (I prova)		Plagioclasio (media = 45,17 %)			Quarzo (media = 24,83 %)			Biotite (media = 19,64 %)			K — feldspato (media = 9,94 %)		
P	N	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	11,75	11,2	560	13,97	52,6	2630	7,22	22,4	1120	7,92	105,5	5275
100	64	9,89	8,0	800	12,52	42,7	4270	5,67	14,0	1400	7,41	93,4	9340
200	32	7,75	5,1	1020	10,38	30,0	6000	4,62	9,5	1900	6,75	79,1	15820
400	16	6,05	3,2	1280	8,38	20,5	8200	3,46	5,6	2240	5,54	55,8	22320
800	8	4,81	2,3	1840	6,52	13,8	11040	2,36	2,9	2320	4,91	48,9	39120

CAMPIONE 4 (II prova)		Plagioclasio (media = 43,95 %)			Quarzo (media = 28,04 %)			Biotite (media = 18,52 %)			K = feldspato (media = 9,14 %)		
P	N	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
50	128	11,40	11,2	560	14,21	42,6	2130	6,32	19,3	965	8,60	147,2	7360
100	64	9,31	7,5	750	12,66	34,3	3430	4,81	11,3	1130	8,11	132,5	13250
200	32	7,71	5,3	1060	11,51	28,9	5780	3,73	6,9	1380	7,10	103,5	20700
400	16	5,92	3,3	1320	9,32	19,9	7960	2,92	4,5	1800	5,16	57,3	22920
800	8	4,56	2,1	1680	7,17	13,1	10480	2,13	2,6	2080	4,57	50,1	40080

CAMPIONE 4		Plagioclasio (media = 44,56 %)			Quarzo (media = 26,44 %)			Biotite (media = 19,08 %)			K — feldspato (media = 9,54 %)		
P	N	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
800	16	4,58	1,9	1520	6,80	11,9	9520	2,25	2,5	2000	4,60	41,9	33520

L'ultima riga si riferisce ai risultati ottenuti dall'esame di tutte le 16 sezioni da 800 mm².
Per il significato dei simboli e per l'errore analitico posizionato vedi spiegazione della tab. I.

Al fine poi di verificare la riproducibilità dei risultati in prove di questo tipo, abbiamo condotto una prova del tutto analoga su altre 8 sezioni indipendenti del campione 4, cioè del campione con distribuzione più eterogenea dei minerali. In tabella II sono riportati per confronto i risultati delle due prove separate ed inoltre, per il raggruppamento da 800, sono riportati i risultati provenienti dall'esame di tutte le 16 sezioni. Possiamo osservare come per tutti i minerali le medie della seconda prova rientrano nei limiti degli intervalli di confidenza delle medie della prima prova, calcolati dai parametri del raggruppamento da 800.

Per il feldspato potassico, in particolare, questa seconda stima della media è risultata più vicina alla prima di quanto ci si poteva con maggiore probabilità attendere e ciò ha evidentemente favorito, anche se non in misura determinante, una notevole riproducibilità dei dati.

Per quanto riguarda poi i risultati provenienti dall'esame delle 16 sezioni è interessante osservare come l'aumento dei gradi di libertà influisca, e questo era del resto nella logica per la corrispondente diminuzione dei valori di t , ad abbassare lievemente le risposte in area.

d) *Verifiche e confronti.*

Come già accennato, lo scopo fondamentale delle ricerche oggetto del presente lavoro era quello di vedere se esisteva in pratica la possibilità di definire il numero di sezioni sottili di un campione di roccia da analizzare al contatore di punti per ottenere un determinato grado di precisione dell'analisi modale, senza dover ricorrere a parametri che esprimano la granulometria della roccia. Poichè questa possibilità esiste, in linea teorica, utilizzando criteri statistici relativamente semplici, semprechè si accetti l'ipotesi in precedenza illustrata di considerare il campione di roccia come costituito da un numero praticamente infinito di sezioni di dimensioni costanti, si rendeva necessaria una verifica sperimentale. Tale verifica avrebbe dovuto confermare, almeno entro limiti accettabili, la validità del modo di operare già illustrato per i campioni di roccia presi in esame.

Nel far questo abbiamo anche voluto verificare fino a che punto fosse valida la semplice estrapolazione ai nostri campioni del metodo proposto da BAYLY (1960). La scelta di questo metodo, che è certo uno dei più seguiti, è stata suggerita dalle seguenti considerazioni:

1) un diretto confronto fra i nostri risultati e quelli ricavabili per le nostre rocce dalle tabelle di CHAYES è praticamente impossibile data la rigidità delle tabelle stesse (d'altra parte dove il confronto è possibile i risultati sono assai simili a quelli ottenibili applicando il metodo di BAYLY);

2) la scelta del metodo di BAYLY permette di eseguire il confronto per ogni singolo minerale;

3) fra le due proposte dell'autore (BAYLY, 1960 e 1965) abbiamo preferito quella che adotta come indice granulometrico il valore di IC anziché il valore dell'intercetta media di ogni singolo minerale. Ciò perché, da prove eseguite utilizzando i valori di i , le differenze nei valori degli errori ottenuti rispetto a quelli da noi calcolati, risultavano quanto meno più esasperate nell'ambito, ben inteso, delle nostre rocce.

Abbiamo poi impostato il confronto a livello di una sezione da 800 mm² per i seguenti motivi:

1) per la costruzione della nostra prova, i dati di questo raggruppamento sono i più attendibili da un punto di vista statistico;

2) esso costituisce un caso pressoché ideale per l'applicazione della formula di BAYLY in quanto, come possiamo vedere dalla tabella III, i valori di V_s e di V_c risultano sostanzialmente uguali;

3) la scelta di un'area di queste dimensioni permetteva anche di condurre, con costi accettabili, una verifica con sezioni indipendenti.

Per la realizzazione pratica di tali verifiche e confronti abbiamo innanzitutto calcolato il valore dell'errore analitico per ciascun minerale sialico, mediante l'espressione (2) risolta rispetto ad $\bar{X} - \mu$, utilizzando i dati dei raggruppamenti da 800 mm² riassunti nella tabella IV. La combinazione degli errori così calcolati definisce, intorno al punto rappresentativo della composizione modale di ogni campione di roccia stimata nelle rispettive prove preliminari, una porzione nel triangolo $A-Q-P$ (ci siamo riferiti al sistema classificativo proposto da Streckeisen, 1967). Entro tali porzioni, a forma di poligono esagonale (alone degli errori), dovrebbero collocarsi i punti rappresentativi di sezioni casuali da 800 mm² in rapporto anche al livello di probabilità scelto.

Si è poi costruito un analogo alone degli errori calcolato secondo il metodo di BAYLY (per il confronto degli errori vedi tabella III).

TABELLA III.

Valori degli errori previsti per i minerali silicici nell'analisi modale di una sezione da 800 mm² contata con maglia = 1 mm².

Campione	Minerale	A				B	
		V _s	V _c	E	E _r	E	E _r
1 (IC = 60)	Plagioclasio	1,91	3,12	2,24	4,5 %	2,62	5,2 %
	Quarzo	1,20	1,96	1,78	9,1 %	2,16	11,1 %
2 (IC = 44)	Plagioclasio	3,54	3,12	2,58	4,9 %	4,63	8,8 %
	Quarzo	2,62	2,31	2,22	9,1 %	4,83	19,7 %
3 (IC = 47)	Plagioclasio	3,11	3,13	2,50	4,9 %	4,53	8,9 %
	Quarzo	2,15	2,16	2,08	9,3 %	5,65	25,4 %
	K — feldspato	0,37	0,37	0,86	28,2 %	1,39	45,5 %
4 (IC = 45) (I prova)	Plagioclasio	3,36	3,10	2,54	5,6 %	6,80	15,0 %
	Quarzo	2,54	2,33	2,21	8,9 %	9,23	37,2 %
	K — feldspato	1,22	1,12	1,53	15,4 %	6,95	69,9 %
4 (IC = 45) (II prova)	Plagioclasio	3,35	3,08	2,54	5,8 %	6,45	14,7 %
	Quarzo	2,74	2,52	2,29	8,2 %	10,15	36,2 %
	K — feldspato	1,13	1,04	1,47	16,1 %	6,47	70,8 %
4 (IC = 45) (*)	Plagioclasio	3,35	3,09	2,54	5,7 %	6,14	13,8 %
	Quarzo	2,64	2,43	2,25	8,5 %	9,12	34,5 %
	K — feldspato	1,17	1,08	1,50	15,7 %	6,17	64,7 %

In colonna A secondo il metodo di Bayly (1960), in colonna B secondo il metodo applicato nel presente lavoro.

V_s = varianza di campionamento

V_c = varianza di conteggio

E = errore analitico

E_r = errore relativo

(*) I dati si riferiscono all'esame di tutte le 16 sezioni da 800 mm².

TABELLA IV.

Tabella riassuntiva dei risultati relativi all'esame delle sezioni sottili da 800 mm² già riportati in tabella I e II.

			Plagioclasio				Quarzo				Biotite				K — feldspato				Anfibolo			
	P	N	%	s	n	A	%	s	n	A	%	s	n	A	%	s	n	A	%	s	n	A
CAMPIONE 1	800	8	50,00	1,85	0,3	240	19,54	1,53	1,2	960	17,61	1,97	2,5	2000	—	—	—	—	12,71	1,46	2,6	2080
CAMPIONE 2	800	8	52,61	3,27	0,8	640	24,48	3,42	3,9	3120	20,56	1,81	1,6	1280	—	—	—	—	2,02	0,84	34,6	27680
CAMPIONE 3	800	8	50,56	3,20	0,8	640	22,25	3,99	6,4	5120	23,69	1,44	0,7	560	3,05	0,98	20,7	16560	—	—	—	—
CAMPIONE 4 (I prova)	800	8	45,17	4,81	2,3	1840	24,83	6,52	13,8	11040	19,64	2,36	2,9	2320	9,94	4,91	48,9	39120	—	—	—	—
CAMPIONE 4 (II prova)	800	8	43,95	4,56	2,1	1680	28,04	7,17	13,1	10480	18,52	2,13	2,6	2080	9,14	4,57	50,1	40080	—	—	—	—
CAMPIONE 4	800	16	44,56	4,58	1,9	1520	26,43	6,80	11,9	9520	19,08	2,25	2,5	2000	9,54	4,60	41,9	33520	—	—	—	—

In due dei campioni esaminati, mancando il feldspato potassico, i punti cadono ovviamente sul lato $Q-P$ del triangolo e quindi l'alone degli errori si riduce ad un segmento del lato stesso.

Per la verifica della validità dell'alone degli errori previsto sulla base delle nostre prove, abbiamo distinto i punti rappresentativi delle stesse sezioni usate per la costruzione della prova da quelli di sezioni nuove completamente indipendenti. Questi ultimi punti si riferiscono al conteggio di altre 6 sezioni, sempre di 800 mm², per i primi tre campioni; per il quarto già le due prove separate potevano fornire mutualmente 8 sezioni indipendenti. E' superfluo osservare che nel caso dell'alone calcolato seguendo il metodo di BAYLY tutte le sezioni hanno invece lo stesso significato.

Un numero così poco elevato di punti non può costituire elemento definitivo di supporto alla validità degli aloni proposti e alla verifica del livello di probabilità prescelto; pur tuttavia fornisce sempre una valida indicazione.

Dall'esame dei diagrammi (fig. 2, 3, 4, 5, 6, 7) possiamo notare che in un solo caso vi è analogia, del resto suffragata dai dati, tra la nostra valutazione degli errori e quella ottenuta seguendo il metodo di BAYLY; più precisamente l'analogia riguarda il campione 1 (fig. 2) che si riferisce ad una roccia con notevole tendenza alla equigranularità e con distribuzione assai omogenea dei minerali sialici. Negli altri casi si assiste ad uno scostamento sempre maggiore (fig. 3 e 4) fra i due aloni fino al campione 4 (I prova, fig. 5) dove la differenza diviene in effetti notevole: una sola sezione su sedici cade nella zona del triangolo individuata dall'alone di errore secondo BAYLY, mentre la forte dispersione dei valori (che porta da valori prossimi a quelli di un granito a valori di vere quarzodioriti) rende accettabile il ben più ampio alone proposto. Il diagramma di fig. 6, che si riferisce alla seconda prova eseguita sullo stesso quarto campione, costituisce una ulteriore indicazione della validità dell'alone proposto; il diagramma di fig. 7, costruito con i dati ottenuti dalla prova sulle sedici sezioni dello stesso campione, non può avvalersi della convalida di sezioni indipendenti.

Un altro tipo di confronto, i cui risultati possono essere considerati di conferma alla validità del concetto di « *sample size* » da noi applicato, è stato effettuato utilizzando i dati di CHAYES (1956 pag. 66). In questo lavoro CHAYES riporta per i suoi ben noti graniti di Westerly,

Mt. Desert e Carnmenellis, i valori delle medie dei tre minerali fondamentali e delle corrispondenti deviazioni standard per le quattro diverse dimensioni di area utilizzate. E' perciò possibile applicare a questi dati l'espressione (2) essendo noti anche i gradi di libertà.

Per un valido confronto abbiamo operato sugli stessi valori medi usati da CHAYES per arrivare alla definizione della tabella di pag. 83 (fig. 13 op. cit.) posizionando ovviamente lo stesso errore analitico. E' evidente (vedi tabella V) come i risultati possono essere considerati del tutto concordanti.

e) *Prove con diversa maglia di conteggio.*

Come già precedentemente accennato, uno dei motivi della rappresentazione grafica delle analisi eseguite era di permettere successivi conteggi con maglia diversa su aree rigorosamente coincidenti con quelle analizzate con maglia 1 mm^2 . Tali rappresentazioni sono state effettuate per tutte le sezioni dei campioni di cui alla tabella I e le maglie scelte per un confronto sono state 4 mm^2 e 9 mm^2 . Per la maglia da 4 mm^2 è stato facilmente possibile costruire raggruppamenti da 50, 100 e 200 punti, rispettivamente corrispondenti in area ai raggruppamenti da 200, 400 ed 800 ottenuti con maglia 1 mm^2 , mentre per la maglia 9 mm^2 abbiamo solo costruito, operando opportunamente, gruppi da 100 punti che corrispondono ad una intera sezione da 800 mm^2 .

L'elaborazione di questi dati è stata ovviamente identica a quella dei precedenti ottenuti con maglia 1 mm^2 . I risultati sono riportati in tabella VI.

Figg. 2, 3, 4, 5, 6, 7. — Nel triangolo A-Q-P (sistema classificativo di Streckeisen) sono riportati gli aloni di errore previsti per l'analisi modale di una sezione da 800 mm^2 contata con maglia = 1 mm^2 : a tratteggio quelli calcolati secondo il metodo di Bayly (1960), a tratto intero quelli calcolati secondo il metodo applicato nel presente lavoro.

- * = media stimata per ciascun campione sulle 8 sezioni da 800 mm^2 .
- ★ = media stimata per il campione 4 sulle 16 sezioni da 800 mm^2 .
- = punti rappresentativi delle sezioni da 800 mm^2 che sono servite a definire l'alone.
- = punti rappresentativi di sezioni da 800 mm^2 indipendenti.

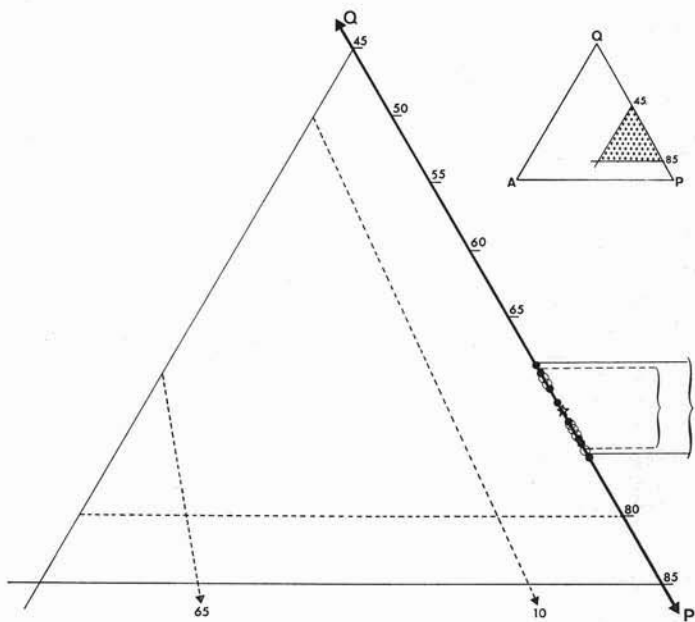


Fig. 2. — Diagramma relativo al campione 1.

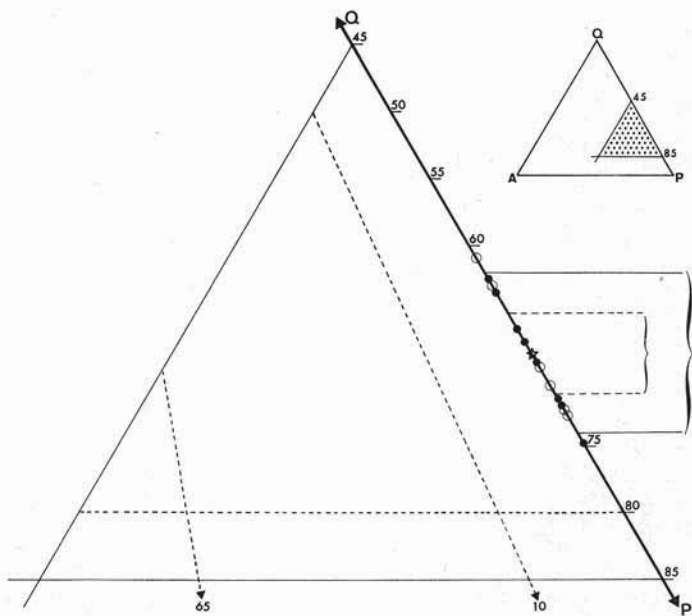


Fig. 3. — Diagramma relativo al campione 2.

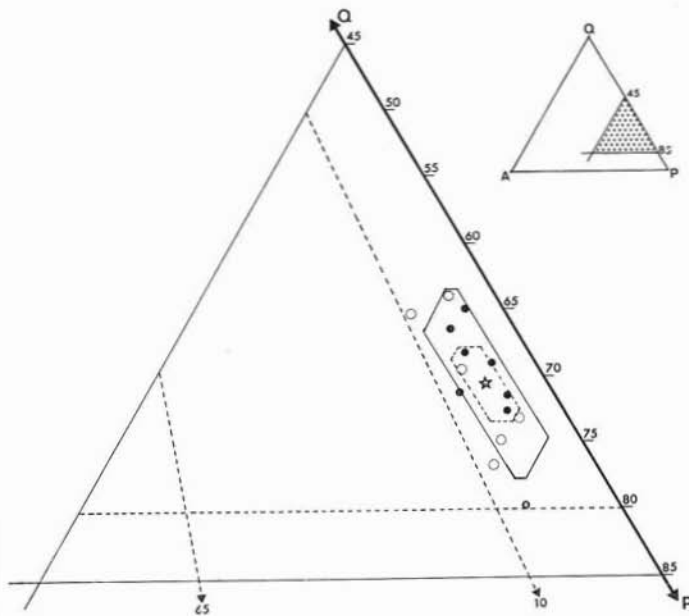


Fig. 4. — Diagramma relativo al campione 3.

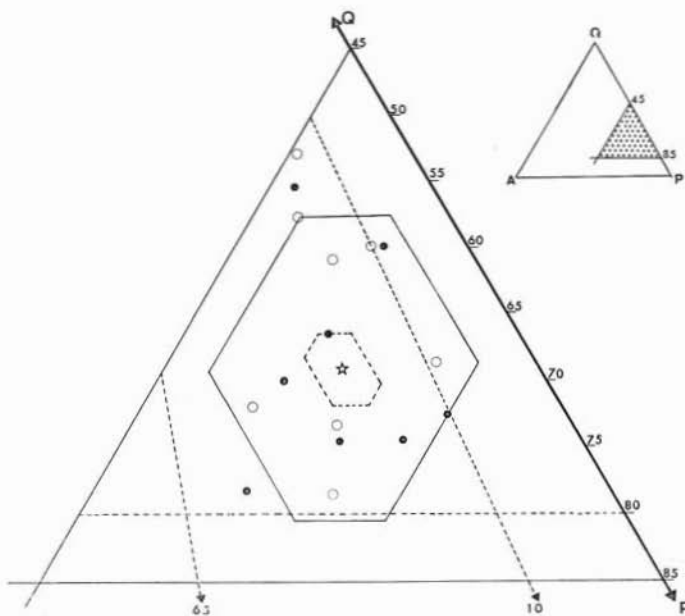


Fig. 5. — Diagramma relativo al campione 4 (I prova).

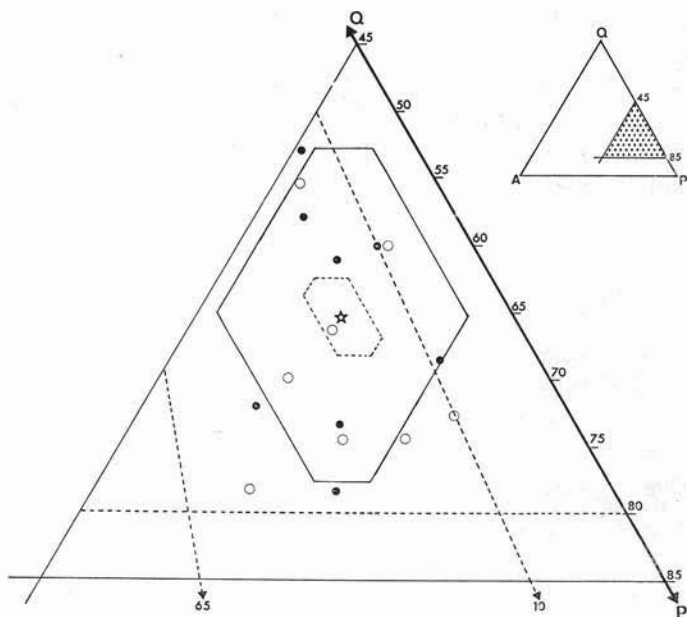


Fig. 6. — Diagramma relativo al campione 4 (II prova).

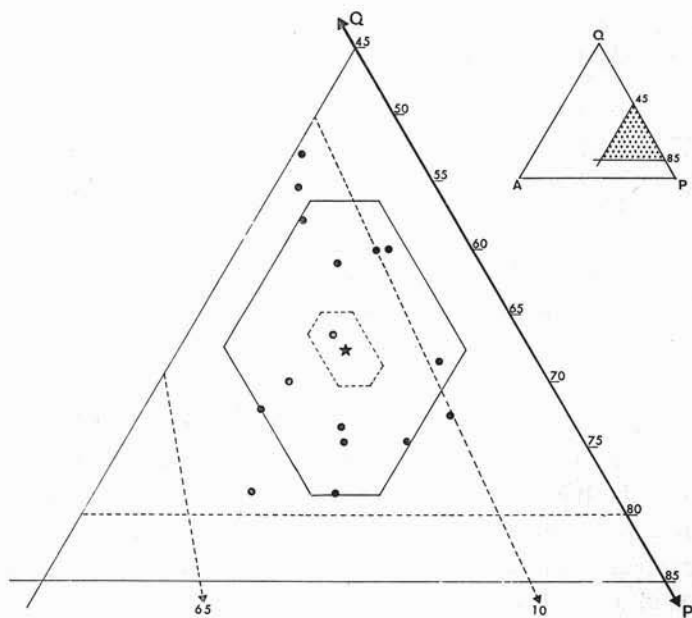


Fig. 7. — Diagramma relativo al campione 4 (16 sezioni).

Come era prevedibile, le deviazioni standard dei raggruppamenti a maglia più grande presentano valori più elevati, almeno nella grande maggioranza dei casi, rispetto a quelli dei corrispondenti raggruppamenti (con uguali gradi di libertà) a maglia più piccola. Tali valori più elevati sono senz'altro da ricondursi ad un aumento dell'errore di conteggio, tenuto conto dell'uguaglianza per costruzione dell'errore

TABELLA V.

Numero di sezioni sottili, delle dimensioni specificate in tabella, richieste per conseguire un errore analitico = 2,45 sui campioni dei graniti studiati da Chayes (1956).

Campione		Westerly		Mt. Desert		Carnmenellis	
		I	II	I	II	I	II
Area di misura in mm ²	160	1	1	3	4	> 13	29
	320	1	1	2	2	7	7
	480	1	1	2	3	> 6	8
	960	1	1	1	2	3	5

In colonna I secondo Chayes, in colonna II secondo il metodo applicato nel presente lavoro.

di campionamento. Un valore maggiore delle deviazioni standard si traduce inevitabilmente in una risposta superiore per quanto riguarda il numero di sezioni da esplorare per perseguire un certo errore analitico, cui si contrappone generalmente una diminuzione dei punti da contare.

Da ciò emerge evidentemente il problema dei costi dell'analisi modale anche tenuto conto del fatto che per quanto riguarda i minerali, per i quali la stima del parametro granulometrico è particolarmente influenzata per difetto dai motivi strutturali già illustrati, le risposte in area, ottenute con i vari tipi di maglia, tendono ad essere assai più simili (vedi per es. il feldspato potassico del campione 4, I prova).

Non possiamo dare purtroppo nessun grado di certezza a quest'ultima osservazione che assumerebbe un ruolo molto importante nel problema dei costi; possiamo comunque osservare che in ogni caso il vantaggio conseguito con un conteggio a maglia più grande per uno o due minerali, potrebbe non essere determinante nel bilancio dei costi per l'analisi quantitativa di tutti i minerali di un campione di roccia.

Una ulteriore osservazione che possiamo fare sui dati della tabella VI è che le risposte presentano in generale una fluttuazione nei valori maggiore di quella che si ottiene con la prova a maglia di 1 mm^2 . Questo avviene essenzialmente perché, aumentando i valori della varianza totale, l'intervallo di confidenza della stessa sarà necessariamente più ampio ad uno stesso livello di probabilità e per uguali gradi di libertà. Ciò rende più incerta l'interpretazione dell'andamento delle risposte in area totale da esplorare, tenuto conto anche della peggiore stima delle medie, anche se rimane ancora possibile intravedere una conferma delle tendenze già illustrate per la prova con maglia 1 mm^2 .

Conseguenza di quanto sopra detto è che, per ottenere informazioni attendibili operando con maglia più grande, si dovrebbe procedere o ad un aumento delle dimensioni dell'area delle sezioni utilizzate per la prova o, quanto meno, ad un aumento dei gradi di libertà della prova stessa.

Da questo risulta automaticamente che l'adozione della maglia 1 mm^2 era nel nostro caso una migliore scelta. Infatti il lato di questa maglia, circa uguale al doppio della grana media delle rocce esaminate, comportava un esiguo dispendio per correlazione e consentiva nello stesso tempo di tenere entro limiti sufficientemente ristretti i valori dell'errore di conteggio.

Considerazioni conclusive.

Dalle prove condotte risulta evidente come per rocce con tendenza alla equigranularità rimanga valida l'applicazione dei metodi per la stima della precisione dell'analisi modale che si basano sulla utilizzazione di un indice granulometrico, ma risulta altresì evidente come non sia valida per rocce inequigranulari e comunque per rocce in cui i caratteri strutturali influenzano la stima di tale indice sino al punto da inficiarne la validità.

TABELLA VI. - Risultati delle prove eseguite con maglia di conteggio = 4 mm² e 9 mm².

maglia 4 mm ²	CAMPIONE 1			Plagioclasio (media = 49,00 %)			Quarzo (media = 20,14 %)			Biotite (media = 17,57 %)			Anfibolo (media = 13,28 %)		
	P	N	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
				(media = 48,02 %)			(media = 19,72 %)			(media = 17,94 %)			(media = 14,32 %)		
	50	32	460	5,69	2,3	460	4,45	8,4	1.680	5,77	18,5	3.700	4,00	15,6	3.120
	100	16	520	4,20	1,3	520	3,39	5,1	2.040	4,30	10,8	4.320	3,19	10,4	4.160
	200	8	560	2,90	0,7	560	2,20	2,4	1.920	3,30	7,1	5.680	2,02	4,6	3.680
maglia 9 mm ²	100	8	980	3,75	1,2	980	3,49	6,3	5.040	3,49	9,7	7.760	3,08	9,3	7.440
maglia 4 mm ²	CAMPIONE 2			Plagioclasio (media = 51,00 %)			Quarzo (media = 25,31 %)			Biotite (media = 21,25 %)			Anfibolo (media = 2,06 %)		
	P	N	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
				(media = 53,20 %)			(media = 23,47 %)			(media = 21,07 %)			(media = 2,00 %)		
	50	32	1.200	9,54	6,0	1.200	6,01	9,7	1.940	7,97	24,1	4.820	2,31	21,6	43.200
	100	16	1.320	6,92	3,3	1.320	5,43	8,3	3.320	5,32	11,8	4.520	1,82	140,4	56.160
	200	8	1.360	4,72	1,7	1.360	3,87	4,7	3.760	4,14	7,6	6.080	1,69	134,8	107.840
maglia 9 mm ²	100	8	1.280	4,81	1,6	1.280	4,33	6,8	5.440	5,03	11,4	9.120	1,13	63,9	51.120

Per il significato dei simboli e per l'errore analitico posizionato vedi spiegazione della tab. I.

margia 9 mm	CAMPIONE 3			Plagioclasio (media = 49,81 %)			Quarzo (media = 22,94 %)			Biotite (media = 23,49 %)			K — feldspato (media = 3,45 %)		
	P	N	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
	100	16	6,25	2,8	1.120	5,89	11,9	4.760	3,43	3,8	1.520	2,09	66,0	26.400	
	200	8	5,14	2,1	1.680	5,18	10,2	8.160	2,45	2,2	1.760	1,28	27,6	22.080	
	100	8	(media = 49,33 %)			(media = 21,87 %)			(media = 25,60 %)			(media = 2,53 %)			
	100	8	5,79	2,8	2.240	5,53	12,8	10.240	4,51	6,2	4.960	1,11	38,5	30.800	
margia 4 mm	CAMPIONE 4 (I prova)			Plagioclasio (media = 45,92 %)			Quarzo (media = 24,00 %)			Biotite (media = 19,17 %)			K — feldspato (media = 10,58 %)		
	P	N	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A	s	n	A
	100	16	8,32	5,9	2.360	8,32	21,6	8.640	4,72	10,9	4.360	5,87	55,4	22.160	
	200	8	7,11	4,8	3.840	7,29	18,5	14.800	3,48	6,6	5.280	5,58	55,7	44.560	
	100	8	(media = 44,81 %)			(media = 23,38 %)			(media = 20,56 %)			(media = 10,92 %)			
	100	8	7,26	5,3	4.240	7,96	23,2	18.560	4,71	10,5	8.400	5,99	60,3	48.240	

I dati della tabella III e i diagrammi di cui alle fig. 3, 4, 5, 6 e 7, riteniamo costituiscano un esempio significativo di come gli errori dell'analisi modale di questo secondo tipo di rocce possono essere assai diversi da quelli attesi o comunque ritenuti accettabili. Il tenerne conto è particolarmente importante nei casi in cui i dati dell'analisi modale costituiscono un importante supporto a decisive considerazioni petrologiche.

Per l'analisi modale al contatore di punti di rocce di questo tipo, e sono assai frequenti, non è lecito dunque estrapolare l'applicazione dei pur utilissimi metodi che si avvalgono di un indice granulometrico o comunque di modelli semplificativi.

Si rende pertanto preliminarmente necessario o ricorrere, mediante prove assai laboriose, ad una taratura di tali metodi direttamente sui campioni di roccia in esame, o applicare un metodo che, non dovendo per sua costruzione necessariamente tener conto della influenza dei caratteri strutturali, richieda una prova preliminare assai più semplice.

Il concetto di « *sample size* », da noi applicato in questa sede, ha dimostrato la sua validità sia nel caso di rocce equigranulari sia nel caso di rocce a vari livelli di inequigranularità.

La prova preliminare necessaria per la sua applicazione è in effetti abbastanza semplice: basta infatti tagliare casualmente dal campione di roccia in studio un certo numero di sezioni sottili, a dimensioni costanti, ed applicare l'espressione (2), di cui alla pag. 6, sui parametri statistici ricavati (media e deviazione standard), per ottenere le dimensioni del campione n , cioè il numero di sezioni, delle stesse dimensioni di quelle usate nella prova, necessarie per conseguire il prefissato errore di analisi.

I risultati ottenuti su uno o più campioni, scelti come rappresentativi di un gruppo di campioni di roccia, possono essere poi estrapolati a tutti i campioni dello stesso gruppo, se la similitudine dei caratteri strutturali e composizionali fa ritenere accettabile detta estrapolazione.

Non è evidentemente possibile prevedere nell'analisi di tutte le specie minerali uno stesso errore, è facile tuttavia, una volta stabilito l'errore massimo tollerabile per il minerale la cui determinazione quantitativa richiede il più elevato numero di sezioni da analizzare, ricalcolarsi per tutti gli altri gli errori in funzione del numero di sezioni richieste per quel minerale.

Per esempio, nel caso di un campione di roccia come il nostro campione 4 (tab. II, valori della prova con 16 sezioni da 800 mm²) accettando, come per certi scopi si può accettare, un errore analitico sul feldspato potassico = 3,08 (pari in questo caso al 32,3% della media percentuale stimata 9,54), occorre esplorare 4 sezioni da 800 mm². Ricalcolando in funzione delle 4 sezioni l'errore per ciascuno degli altri minerali, risulta: un errore relativo del 17,3% ($24,44 \pm 4,56$) per il quarzo, del 6,9% ($44,56 \pm 3,07$) per il plagioclasio, del 7,9% ($19,08 \pm 1,51$) per la biotite, al livello di probabilità scelto dell'80%.

Come già visto in precedenza, abbiamo eseguito una prova preliminare più complessa nell'intento di ottenere anche altri tipi di informazione.

Abbiamo già esaurientemente parlato del fenomeno della correlazione e di come essa possa riflettere il grado di omogeneità della roccia e così pure abbiamo messo in evidenza la differenza di precisione che si ottiene con l'esame di una stessa superficie presa o non come somma di più sezioni sottili prelevate da uno stesso campione.

Per quanto riguarda l'errore di conteggio abbiamo già discusso della sua importanza, riferendo sulle prove a maglia variata, senza che sia stato per altro possibile tener conto in maniera esatta della sua reale influenza. La questione, molto interessante da un punto di vista teorico, è però in pratica di scarso rilievo. Se infatti analizziamo tutti i campioni di roccia simili strutturalmente e composizionalmente con la stessa densità di punti utilizzata nella prova preliminare sul campione rappresentativo, non ci troveremo mai di fronte alla necessità pratica di valutare esattamente l'errore di conteggio che, come si è più volte ripetuto, può ritenersi compreso nella deviazione standard stimata nella prova stessa. Così operando il lavoro non risulta aggravato poiché, già in sede di programmazione della prova sul campione capostipite, è necessario definire, sulla base dei criteri già esposti, la maglia di conteggio che si deve adottare.

Per quanto riguarda infine i gradi di libertà da dare alla prova è perfino superfluo osservare che essi dovrebbero essere in numero più elevato possibile; comunque, per chi voglia, come noi volevamo, perseguire scopi essenzialmente pratici, essi possono anche essere contenuti entro limiti di facile realizzazione pratica.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- BAYLY M. B. (1960) - *Modal analysis by point-counter - The choice of sample area*. Jour. Geol. Soc. Australia, 6, 119-129.
- BAYLY M. B. (1965) - *The sampling error in modal analysis by point-counter*. Am. Mineral., 50, 196-211.
- CANCELA DA FONSECA J. P. (1965) - *L'outil statistique en biologie du sol. I. Distribution de fréquences et tests de signification*. Rev. Ecol. Biol. Sol, 11, 299-332.
- CHAYES F. (1956) - *Petrographic Modal Analysis*. John Wiley and Sons, Inc. New York.
- COCHRAN W. G. e COX G. M. (1957) - *Experimental designs*. John Wiley and Sons Inc. New York.
- DAGNELIE P. (1964) - *La détermination du nombre de répétitions en vue de l'estimation d'une moyenne*. Biometrie-Praximétrie, 5, 117-135.
- GRIFFITHS J. C. (1967) - *Scientific method in analysis of sediments*. Mc. Graw-Hill, New York.
- HARRIS M., HORVITZ D. G. e MOOD A. M. (1948) - *On the determination of sample sizes in designing experiments*. J. Amer. Statist. Ass., 43, 391-402.
- HEALY M. J. R. (1962) - *Some basic statistical techniques in soil zoology*. In MURPHY's *Progress in soil zoology*, 3-9.
- KRUMBEIN W. C. e GRAYBILL F. A. (1967) - *An introduction to Statistical Models in Geology*. Mc. Graw-Hill, New York.
- MILNER H. B. (1962) - *Sedimentary Petrography*. George Allen and Unwin, Ltd., vol. 1, London.
- SCHREYVEE K. (1968) - *Precision and components of variance in the modal analysis of coarse-grained augen gneiss*. Am. Mineral., 53, 2036-2046.
- SOLOMON M. (1963) - *Counting and sampling errors in modal analysis by point-counter*. Jour. Petrology, 4, 367-382.
- STRECKEISEN A. I. (1967) - *Classification and Nomenclature of Igneous Rocks*. N. Jb. Miner. Abh., 107, 144-240.