

ROBERTO POTENZA

L'ANALISI FATTORIALE COME MEZZO DI STUDIO  
DEI PROCESSI METASOMATICI (\*)

RIASSUNTO. — Dopo una breve descrizione del metodo ed una puntualizzazione del significato pratico dei parametri matematici che si ricavano dal calcolo, si discute l'applicazione dell'analisi fattoriale allo studio dei processi petrogenetici che implicano scambi di materia su vasta scala. Particolare efficienza viene riconosciuta all'analisi fattoriale nel trattamento dei dati ottenuti da analisi chimiche complete o parziali di serie numerose di campioni, in quanto permette di identificare la partecipazione di ciascun elemento al processo di scambio e di definire quantitativamente la deviazione dei singoli campioni dai tipi estremi. Collegando queste informazioni con i risultati delle ricerche di campagna e con i dati ottenuti dalle tradizionali indagini petrografiche, è possibile inquadrare esattamente le fasi metasomatiche nel contesto petrologico, e talvolta anche discriminare più fasi di diverso significato petrogenetico.

SUMMARY. — *Factor analysis as an aid to the investigation of metasomatic processes.*

Principles of factor analysis are briefly described and practical significance of mathematic parameters yielding from computation is pointed out. Application of this method to the investigation of petrogenetic events which imply large-scale chemical exchanges is then discussed and examples of practical employ are reported. Particular efficiency has been recognized in treatment of large series of samples chemically analyzed: participation of each element to exchange process may be evaluated and deviation of each sample from extreme rock types can be quantitatively defined. These results from mathematical treatment of data, jointly with field and laboratory research, can lead to define exactly metasomatic events in the petrological context and possibly to discriminate several phases having different petrogenetic significance.

L'analisi fattoriale, introdotta all'inizio di questo secolo come mezzo di indagine psicometrica (Spearman, 1904), ha cominciato ad essere applicata alla soluzione di problemi geologici nell'ultimo decennio. La potenza e la versatilità di questa tecnica a variabili mul-

---

(\*) Lavoro eseguito presso il «Centro di studi sulla stratigrafia e petrografia delle Alpi Centrali» del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

tiple, ancora scarsamente sfruttata, ne consigliano l'applicazione ad un'ampia gamma di situazioni: in geologia finora è stata applicata a ricerche sedimentologiche e stratigrafiche anche da ricercatori italiani (Fierro, 1970), non sono mancate però applicazioni allo studio di rocce ignee (Le Maitre, 1968; Ondrick & Srivastava, 1970). Recentemente si è posto l'accento sull'attitudine di questa tecnica allo studio dei fenomeni di contaminazione di rocce intrusive (Potenza, 1972).

L'applicazione dell'analisi fattoriale allo studio di tutti i fenomeni che coinvolgono trasferimenti di materia non è che una naturale estensione dell'impiego del metodo: in particolare si prospetta assai promettente la sua acquisizione alla gamma di tecniche impiegate nello studio della metasomatosi, dove è di grande importanza poter disporre di una tecnica altamente sintetica che riassume i dati disparati raccolti in campagna ed in laboratorio evidenziandone il significato.

Matematicamente il metodo si fonda sull'analisi statistica di una serie di dati numerici ricavati da una campionatura organica, registrati in forma di tabella rettangolare, in cui per esempio ogni riga contiene le varie misure eseguite sullo stesso campione e ogni colonna contiene le misure di ogni variabile eseguite su tutti i campioni. Le variabili che vengono normalmente utilizzate sono per lo più gli elementi o gli ossidi analizzati per via chimica, specie nel caso di rocce e minerali, ma possono essere anche parametri chimici o fisici qualsiasi (densità,  $2V$ ,  $c/Z$ ,  $d$ , ecc.), cioè qualsiasi determinazione quantitativa che possa venire eseguita sulla intera serie di campioni.

Da questi dati vengono calcolati i coefficienti di correlazione tra variabili (considerando cioè nel loro insieme i dati di ciascuna colonna della tabella originaria e calcolando la relazione di legame tra questa e le altre colonne); la matrice simmetrica di questi coefficienti (fig. 1) definisce un campo (o « spazio ») vettoriale avente un numero di dimensioni pari all'ordine della matrice (naturalmente, poichè le variabili sono quasi sempre più di tre, non sarà possibile immaginarsi fisicamente questo campo, il cui significato è purtuttavia valido matematicamente). Estrahendo gli autovettori relativi a questa matrice nell'ordine decrescente dei rispettivi autovalori, si costruirà un nuovo campo vettoriale di ordine uguale all'ordine della matrice di partenza, ponendone l'origine nel baricentro dei punti che rappresentano i campioni nel campo. I nuovi assi così ricavati corrispondono a direzioni indipendenti (ortogonali) che esprimono frazioni via via decrescenti della varianza totale dei campioni, in funzione di tutti i caratteri considerati.

I calcoli possono essere eseguiti utilizzando la matrice originale dei dati (« modo R ») o la sua trasposta, ottenuta scambiando le righe con le colonne (« modo Q »): può essere valutato così il contributo di ciascuna variabile o, rispettivamente, di ciascun campione alla variazione dell'insieme.

L'interpretazione dei risultati è facilitata dalla possibilità di operare opportune « rotazioni » sulle matrici dei vettori calcolati allo scopo di massimizzare ed evidenziare la dispersione delle variabili e dei campioni; poichè generalmente a questo punto la variabilità della serie di campioni può venire espressa da un numero piccolo di fattori, di solito tre o quattro, è abbastanza agevole interpretare visualmente con l'aiuto di grafici i risultati, che in questo modo possono essere rappresentati in spazi a due o tre dimensioni.

L'elaborazione dei dati a mezzo dell'analisi fattoriale, quando i campioni e le variabili siano più di qualche unità, diviene proibitivamente pesante e rende indispensabile il ricorso all'elaboratore elettronico. Anche la programmazione dei calcoli per l'elaboratore è però assai complessa e le tecniche matematiche relative esulano dalle comuni conoscenze del geologo; esistono tuttavia, e possono essere facilmente ottenuti, ottimi programmi orientati all'uso geologico che possono trovare conveniente applicazione su macchine di medie e grandi dimensioni per la soluzione di problemi anche di notevole impegno (Ondrick & Srivastava, 1970, Manson & Imbrie, 1964). La difficoltà principale che si incontra nell'uso di questi programmi è l'interpretazione dei dati in uscita, che questi forniscono in abbondanza, e il loro corretto riferimento alla realtà del problema geologico in esame, non sempre immediato.

In generale avremo un'uscita costituita da dati statistici preliminari che possono venire utilizzati per confronti o correlazioni elemen-

	1	2	3	4	5	6	7
2 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	—,387						
3 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	.459	.019					
4 MgO	—,517	—,192	—,121				
5 CaO	—,781	.194	.174	.716			
6 Na <sub>2</sub> O	.187	.049	—,038	—,430	—,306		
7 K <sub>2</sub> O	.584	—,185	—,139	—,634	—,763	.430	
8 TiO <sub>2</sub>	—,264	.164	.644	—,369	—,017	.110	.057
	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O

Fig. 1. — Matrice di correlazione simmetrica (metà inferiore).

tari fra dati e fra variabili. Nel caso si stia indagando per esempio su una serie di analisi chimiche di rocce, già da questi dati si possono individuare grossolanamente quegli ossidi che variano in modo parallelo od opposto nella serie (fig. 1). I successivi dati di analisi fattoriale, autovalori e autovettori, avranno un significato più complesso: il primo fattore (autovettore) ricavato col « modo R » indicherà coi valori numerici dei rispettivi contributi (« factor loading » in inglese) in quale grado *ciascun ossido* pesa sulla variazione massima dell'insieme; il secondo fattore indicherà i pesi sulla variazione massima residua, calcolata dopo aver sottratto la variabilità dovuta al primo fattore, e così via per i successivi: alla fine diviene possibile riconoscere, confrontando i valori ottenuti, la eventuale presenza di raggruppamenti di ossidi a variazione parallela, opposta o indipendente nell'insieme dei campioni. Questo confronto è assai difficile da eseguire su basi puramente numeriche, a causa della grande quantità di valori da considerare; ci si può però aiutare con grafici in cui i fattori vengono confrontati a due a due (fig. 2) e la cui interpretazione, con un po' di esperienza, è abbastanza agevole.

I dati ricavati dall'elaborazione con il « modo Q » sono del tutto analoghi, salvo per lo scambio delle variabili con i campioni: i contributi (« factor loading ») ricavati in questo caso indicheranno il peso di *ciascun campione* in relazione alla varianza massima in funzione di tutti gli ossidi considerati, quindi, tolta questa, alla successiva variabile indipendente massima, e così via. Anche qui si potrà semplificare graficamente il confronto che permetterà di individuare raggruppamenti fra campioni analoghi, andamenti di distribuzione, ecc. (fig. 3).

Tutte le elaborazioni fin qui ricordate si riferiscono al calcolo di un sistema di vettori in cui è sempre mantenuta l'ortogonalità fra gli assi, il che significa che i contributi delle variabili (o dei campioni) a diversi fattori sono tra loro indipendenti. E' però possibile eseguire rotazioni disuguali sugli assi del sistema, e quindi alterarne l'ortogonalità, allo scopo di far coincidere i nuovi assi con i baricentri di raggruppamenti di campioni, o con singoli campioni, o addirittura con campioni teorici, ritenuti termini estremi di una serie complessa (Manson & Imbrie, 1964). Ciò è di particolare utilità quando si debba studiare una serie di analisi di una famiglia complessa di minerali (granati, pirosseni, anfiboli) in quanto, introducendo un certo numero di termini estremi, teorici o ricavati per sintesi, si possono ricostruire i rapporti in cui questi si associano a costituire le molecole dei mine-

rali in esame. Sebbene la validità matematica di questa tecnica sia indiscutibile, il riferimento ad un sistema di assi non completamente indipendenti va considerato con una certa cautela, ed è consigliabile applicarlo quando il problema da investigare sia già piuttosto ben definito: nel caso di studi su serie di rocce e minerali poco conosciuti è raccomandabile, almeno all'inizio, l'utilizzazione di sistemi a vettori indipendenti.

Non è ora il caso di addentrarsi in ulteriori dettagli riguardanti il metodo dell'analisi fattoriale, di cui esiste un'esauriente trattazione teorica in pubblicazioni specializzate (Cattell, 1952; Harman, 1960);

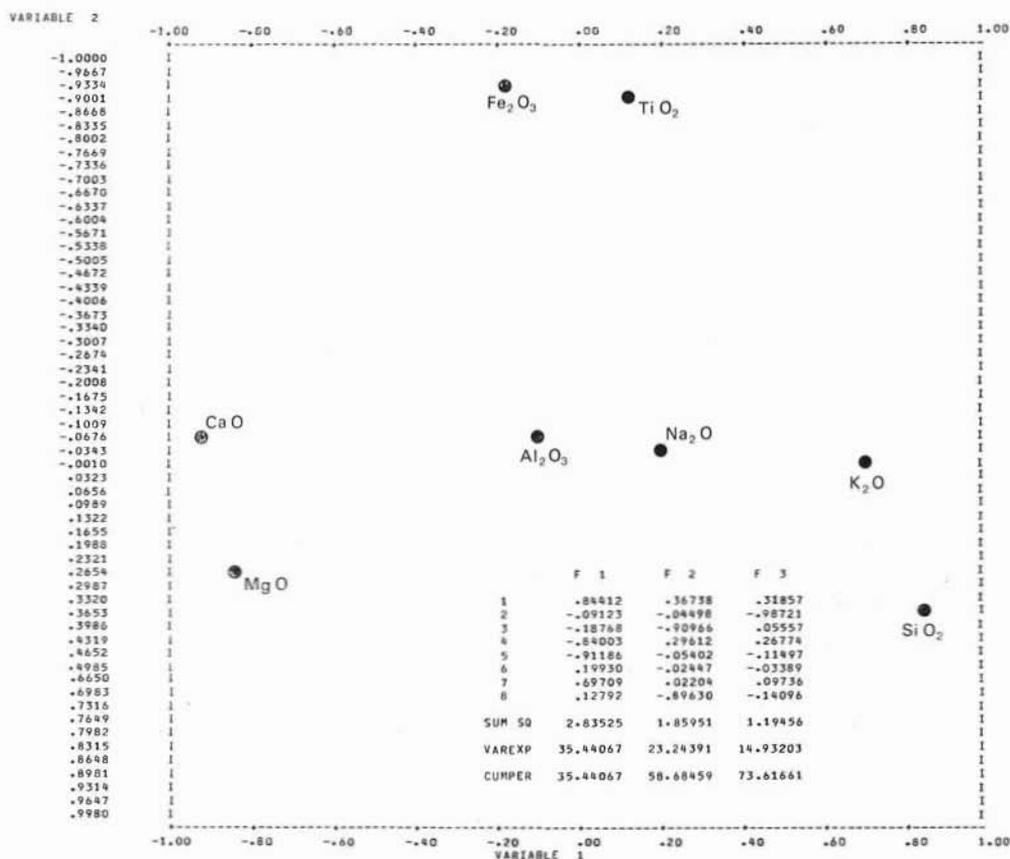


Fig. 2. — Grafico dei contributi al primo fattore, calcolato secondo il modo R, di 8 componenti chimici di una serie di 100 analisi del Gabbro di Sondalo (Potenza, 1972).

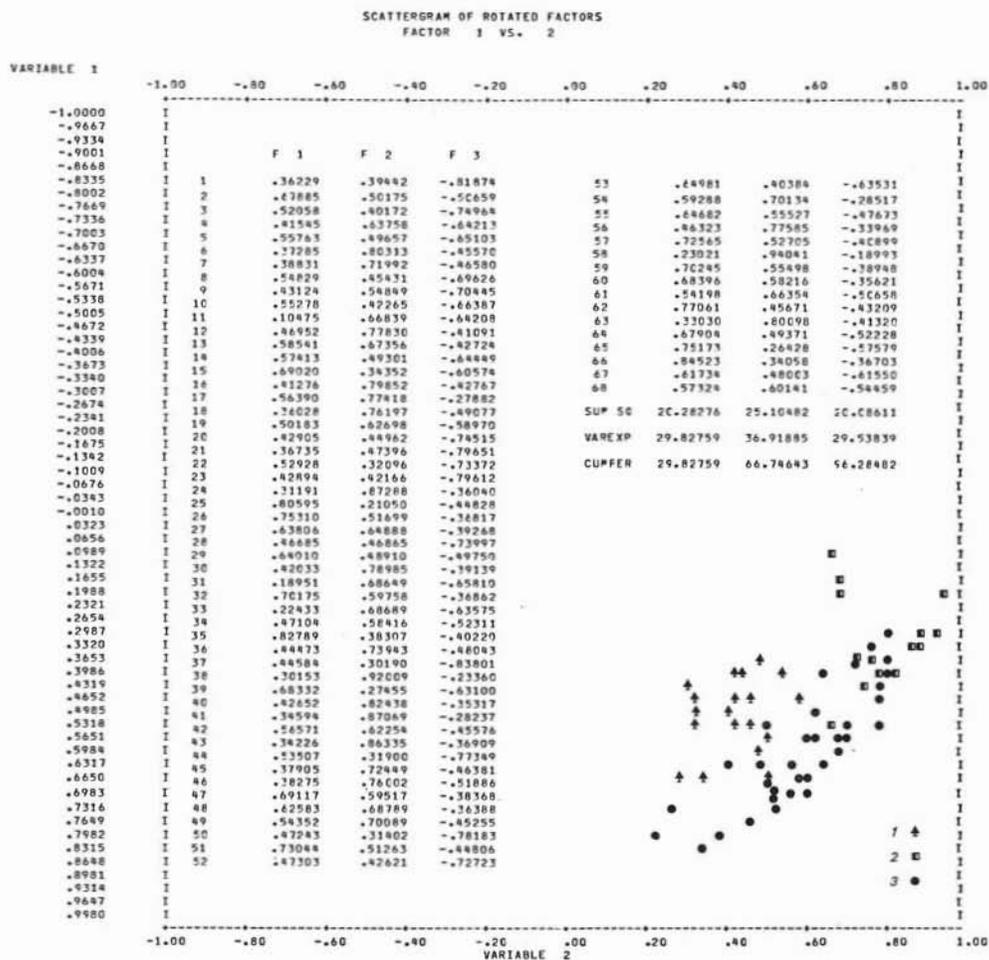


Fig. 3. — Raggruppamenti di campioni nel grafico ricavato dal calcolo secondo il modo Q. Serie di 68 analisi di rocce della « Formazione di Valle Grosina ». I simboli indicano:

- 1 Gneiss biotitici a grana minuta.
- 2 Gneiss occhiadini milonitici.
- 3 Gneiss granitoidi.

può essere piuttosto interessante considerare qualche esempio di applicazione a casi pratici, sperimentati dallo scrivente in problemi petrografici che presentavano situazioni analoghe a quelle che emergono nell'investigare serie interessate da metasomatismo.

Il primo esempio può essere ricavato dallo studio della « Formazione di Valle Grosina » (Potenza, 1969): questa formazione era stata definita come migmatica nel senso tradizionale del termine, ed era considerata il risultato di apporti metasomatici che avrebbero trasformato i paragneiss biotitici del paleosoma in gneiss occhiadini e in facies praticamente granitiche (Pace, 1966; de Michele, 1963). Questa ipotesi, che sembrava suffragata dalla presenza di meso- e macrostrutture tipiche, cominciò a perdere appoggio quando si poté eseguire un'analisi di dettaglio delle grandi strutture della intera regione grosina. Recentemente infine fu impostato lo studio geomatematico di una serie di campioni rappresentanti le facies presenti, ottenendo risultati che fuggivano ogni dubbio ancora sussistente.

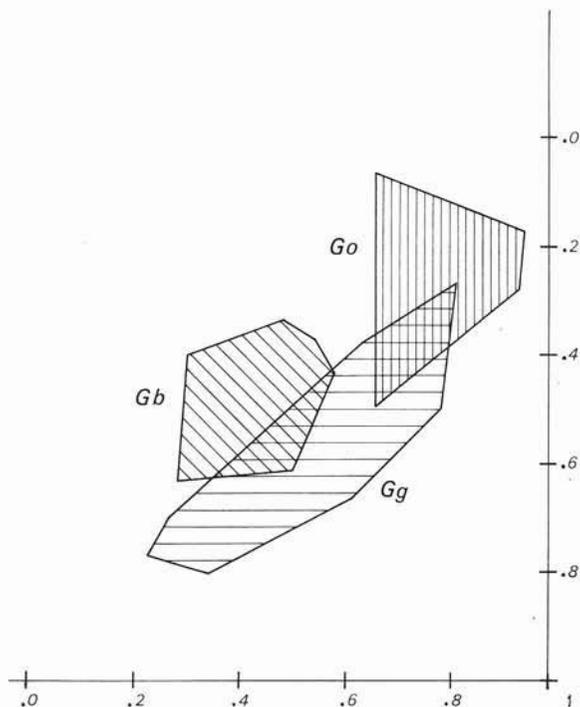
Innanzitutto, studiando il comportamento di 68 campioni, analizzati per 6 variabili (Fe, Mg, Ca, Na, K, Ti; analisi eseguite per fotometria di fiamma, complessometria e spettrofotometria da A. Notarpietro, 1972), non si è riusciti a riconoscere un andamento che potesse giustificare la continuità della serie; l'andamento e il significato delle singole variabili sono inoltre assai poco compatibili con i presupposti ipotizzabili in una serie migmatica. L'elaborazione con l'analisi fattoriale riesce anzi a definire molto chiaramente che i tre tipi (gneiss granitoidi, gneiss biotitici, gneiss occhiadini milonitici) formano tre membri distinti e ben individuati nella formazione. Ciò è evidente soprattutto dalla netta distinzione che si ottiene per i loro punti rappresentativi nei diagrammi di fig. 3 e 4. Un successivo riesame petrologico e geologico generale ha consentito di attribuire un preciso significato stratigrafico ai tre membri, chiarendo contemporaneamente alcuni aspetti della complessa struttura geologica locale e facilitando l'interpretazione dell'assetto tettonico dell'intera formazione.

Il secondo esempio è ricavato da una serie di 100 campioni raccolti sul corpo intrusivo del « Gabbro di Sondalo » (Potenza, 1970), analizzati chimicamente per 8 variabili (Si, Al, Fe, Mg, Ca, Na, K, Ti; analisi eseguite per spettroscopia di fluorescenza X da B. Malberti e C. Senna, 1971).

In questo caso lo studio matematico aveva lo scopo di documentare quantitativamente la sintesi che, da indagini precedenti, si supponeva

avesse avuto importanza determinante agli effetti della differenziazione dei tipi petrografici costituenti il corpo intrusivo. Questo infatti nella sua risalita era venuto a contatto con seisti ricchi di quarzo e biotite (« Gneiss del Monte Tonale ») con i quali aveva reagito, mutando localmente chimismo; dai tipi noritici del nucleo, che possono essere con-

Fig. 4. — Diagramma ricavato dal grafico di Fig. 3 per evidenziare lo scarso ricoprimento delle aree rappresentative di ciascuno dei tre tipi litologici. Gb: gneiss biotitici a grana minuta, Go: gneiss occhiadini milonitici, Gg: gneiss granitoidi.



siderati i prodotti della solidificazione del magma primario, si passa via via a gabbri anfibolici, a dioriti e granodioriti (fig. 5). Preso a sè, ciascuno dei tipi principali non permette di riconoscere alcun carattere sintettico, tanto che all'inizio alcuni tipi erano stati definiti come francamente eruttivi (Campiglio & Potenza, 1964); solo quando si poté considerare nel suo complesso la struttura dell'intero corpo intrusivo la differenziazione per contaminazione fu considerata l'ipotesi di lavoro più fondata.

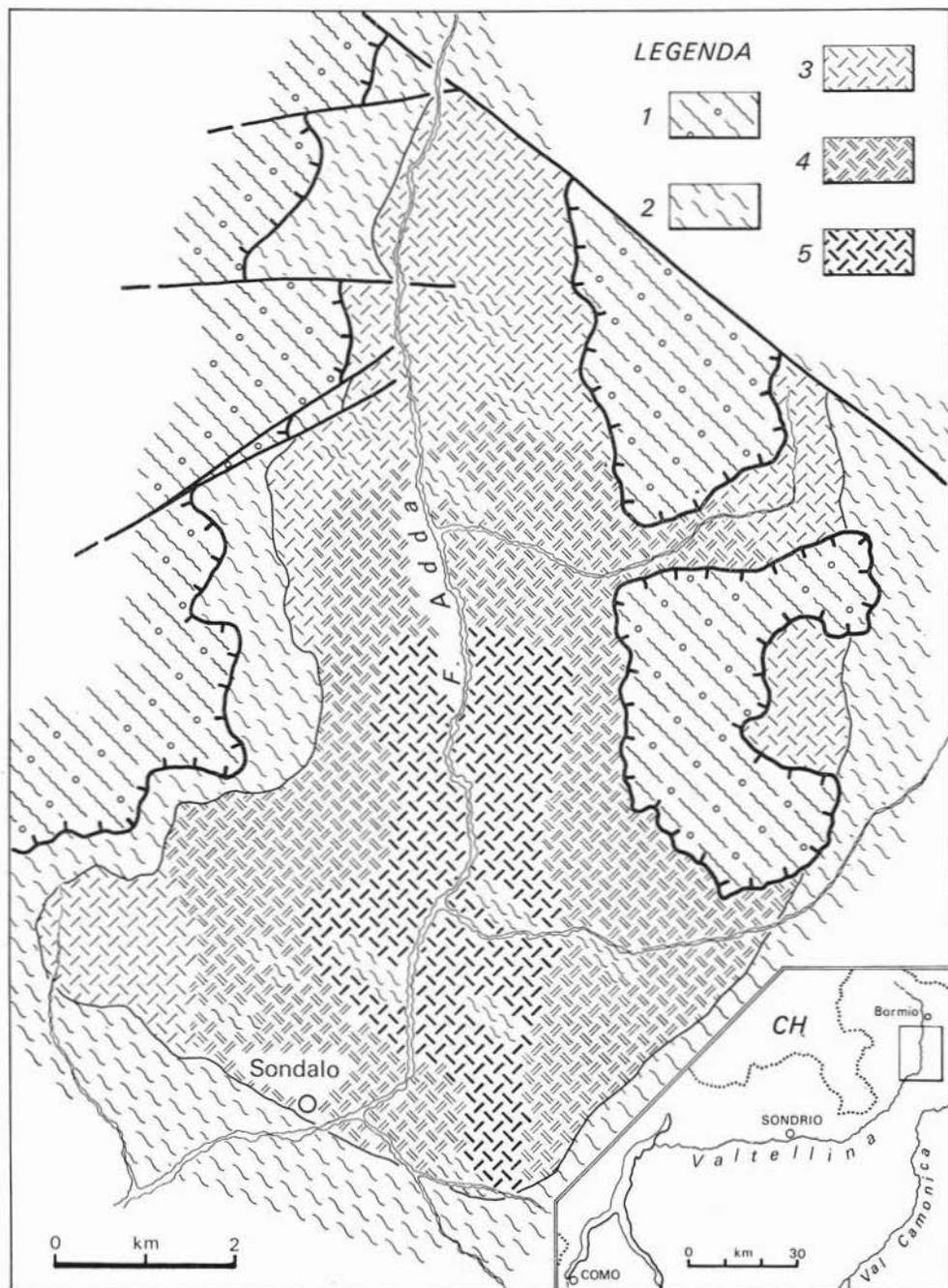


Fig. 5. — Schizzo geologico della regione comprendente il Gabbro di Sondalo. Legenda: 1 Gneiss della «Formazione di Valle Grosina», 2 Gneiss del Monte Tonale, 3 Dioriti e granodioriti, 4 Gabbri anfibolici, 5 Noriti e gabbri olivinici.

L'elaborazione matematica dei dati analitici permise in questo caso non solo di definire il contributo dei singoli elementi determinati alla sintesi, ma anche di distinguere dal fenomeno principale una più debole differenziazione primaria. Il calcolo eseguito secondo il « modo R » infatti, mettendo in evidenza il contributo di quattro variabili (Si, K, Ca, Mg) al fattore principale di variazione, responsabile del 42% della varianza totale, e di altri due (Fe, Ti) al secondo fattore (24% della varianza totale), ortogonale al primo (fig. 2), manifesta chiaramente la presenza di due principali fenomeni indipendenti: il primo, legato alle variazioni contrapposte di Si, K e di Ca, Mg, può essere imputato all'assunzione da parte del magma noritico di Si e K degli scisti, con conseguente impoverimento relativo in Ca e Mg, il secondo va invece collegato alla cristallizzazione di augite e anfibolo bruno kaersutitico in una fase priva di relazione col fenomeno di sintesi, probabilmente precedente. Il calcolo secondo il « modo Q » ha messo in evidenza innanzitutto la continuità e l'omogeneità della differenziazione (diversamente dal caso del primo esempio), ha inoltre permesso di risalire al contributo di ciascun campione alla variabilità totale, il che equivale a stabilire, in un certo senso, il « grado di sintesi » in ciascun punto da cui è stato prelevato un campione. Anche questa volta la considerazione dei valori numerici non evidenzia in modo immediato il fenomeno e nemmeno gli artifici di semplificazione grafica usati nei casi descritti in precedenza hanno un'efficacia evidente (fig. 6), per cui si è ricorsi ad una elaborazione ausiliaria per interpolare i dati ottenuti e rappresentarli in una mappa a curve di livello in coordinate geografiche. La fig. 7 costituisce così una vera e propria « carta della contaminazione » del Gabbro, in cui i tipi più affini al magma primario sono nella regione di sinistra (Sud geografico) e vanno sfumando verso tipi sempre più contaminati verso il bordo settentrionale.

Pur non potendo essere definiti come tipici casi di metasomatismo, i due esempi descritti presentano una problematica che si presta a fornire interessanti indicazioni sull'attitudine dell'analisi fattoriale a trattare i fenomeni metasomatici o, più in generale, i fenomeni petrologici in cui vi è trasferimento parziale di materia. Si è visto che il metodo ha sensibilità elevata e permette di discriminare tra i casi in cui c'è stata una effettiva migrazione di componenti chimici, come nel secondo esempio, e i casi, come il primo, in cui la gradualità del passaggio fra i tipi litologici è apparente e comunque non legata a fenomeni metasomatici. Si è visto inoltre che nel secondo caso è stato

possibile identificare gli elementi intervenuti nella variazione e quantizzarne l'importanza, distinguendo perfino gli agenti della variazione principale da quelli connessi con una differenziazione primaria più debole, del tutto indistinguibile con altri mezzi. Si può quindi conclu-

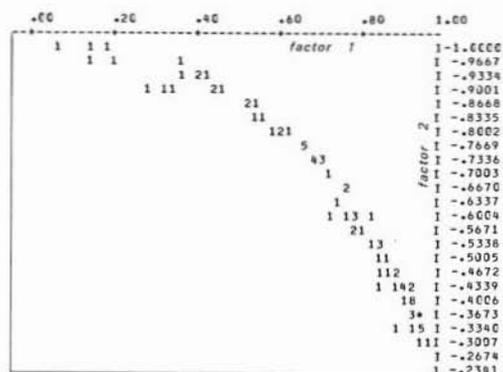


Fig. 6. — Variazione di chimismo in 100 campioni di Gabbro di Sondalo. Sono state considerate solo le 4 variabili che governano la sintesi (Si, K, Ca, Mg). Si nota una distribuzione piuttosto omogenea tra l'estremo in alto a sinistra del grafico (zona di massima contaminazione) e l'estremo in basso a destra (zona dei tipi primari), indicante la progressività del fenomeno di sintesi.

dere che l'analisi fattoriale apre notevoli possibilità allo studio del metasomatismo, specie nel campo petrologico, dove il trasferimento di materia e la conseguente variazione chimico-mineralogica non sono mai così spinti da sostituire del tutto l'associazione preesistente. Il metodo naturalmente è tanto più efficiente ed utile quanto più appropriata è l'applicazione al caso pratico, potendo un cattivo impiego portare a risultati del tutto privi di fondamento o comunque inutilizzabili praticamente. In particolare deve essere attentamente studiata la scala del fenomeno da analizzare: è infatti fondamentale la scelta di una campionatura sufficiente a contenere gli estremi della serie, o almeno una gamma abbastanza vasta dei tipi di cui si suppone la genesi metasomatica; nel caso si tratti di serie molto estese è bene però limitare il numero dei campioni allo scopo di non complicare inutilmente i calcoli.

Si potranno così svolgere studi a scala regionale, distanziando sufficientemente i campioni per riconoscere le grandi linee del fenomeno di migrazione, come sarà possibile studiare variazioni in ambiti più limitati, fino a giungere alle dimensioni del singolo cristallo, servendosi per esempio di dati ricavati da analisi con microsonda elettronica. Un minimo di esperienza è sufficiente per rendersi praticamente conto delle possibilità che il metodo dischiude nel campo del



metasomatismo, per intuire il tipo di problema che può essere risolto per suo mezzo e per riconoscere il tipo di impostazione con cui affrontare i principali problemi.

Alquanto più difficile, ma altrettanto fondamentale, è invece rendersi conto delle limitazioni cui possono andar soggetti i risultati e le conclusioni. Innanzitutto va ricordato che, per quanto sintetico ed espressivo, anche questo metodo soggiace alla regola generale per cui nessuna elaborazione può fornire più informazioni di quante ne siano contenute nei dati di partenza. Questi vanno perciò raccolti, preparati e utilizzati con grandissima cura, cercando soprattutto di rappresentare obiettivamente tutti i fenomeni senza influenzare la campionatura. Minori preoccupazioni, per quanto si tratti di un problema da non sottovalutare, può dare la distribuzione dei dati raccolti. Non va tuttavia dimenticato che l'analisi fattoriale elabora medie, varianze e covarianze di dati normalizzati e può pertanto presentare una certa sensibilità agli scostamenti dalla distribuzione normale. Le serie di dati ricavati da tipi relativamente omogenei, quali si incontrano in molte analisi petrologiche (come nelle serie descritte negli esempi), non si scostano tuttavia molto dalla distribuzione normale e per lo più possono essere utilizzati senza difficoltà; è tuttavia buona norma eseguire delle prove preliminari per verificare il tipo di distribuzione dei dati e, se necessario, applicare le opportune trasformazioni.

Come conclusione, si può aggiungere a quanto detto finora che l'impiego petrologico dell'analisi fattoriale è sempre piuttosto impegnativo e, per un corretto sfruttamento delle sue possibilità, richiede una discreta esperienza delle tecniche statistiche, una certa attitudine all'astrazione matematica e una buona conoscenza dei principi del metodo. Questo purtroppo è assai complesso e va assai oltre le comuni conoscenze matematiche dei geologi: formarsi una preparazione specifica in materia richiede uno sforzo notevole ed un tempo non indifferente. E' quindi necessario ricorrere alla collaborazione di uno specialista matematico o geologo-matematico che possa integrare con la sua esperienza metodologica le nostre conoscenze sul problema specifico. Questa collaborazione, per dare i migliori risultati, non dovrebbe però iniziare al momento di elaborare i dati, bensì dovrebbe instaurarsi fin dall'inizio del lavoro, in modo da progettare e seguire le varie fasi dello studio senza dispersioni di energia e con la migliore impostazione possibile.

## BIBLIOGRAFIA

- CAMPIGLIO C. & POTENZA R. (1964) - *Facies dioritiche collegate con il gabbro di Sondalo (Alta Valtellina)*. Atti Soc. It. Se. Nat., CIII, 325-343.
- CATTELL R. B. (1952) - *Factor Analysis*. Harper & Bros, New York.
- DE MICHELE E. (1963) - *Migmatiti della Val di Sacco (Val Grosina, Sondrio)*. Atti Soc. It. Se. Nat., CII, 229-242.
- FIERRO G. (1970) - *I minerali pesanti nei sedimenti marini del Golfo dell'Asinara e delle Bocche di Bonifacio*. Atti Soc. It. Se. Nat., CX, 155-197.
- HARBAUGH J. W. & MERRIAM D. F. (1968) - *Computer Applications in Stratigraphic Analysis*. John Wiley & Sons, New York.
- HARMAN H. H. (1960) - *Modern factor analysis*. Univ. Chicago Press.
- LE MAITRE R. W. (1968) - *Chemical variation within and between volcanic rock series - A statistical approach*. Journ. of Petrology, 9, 220-252.
- MANSON V. & IMBRIE J. (1964) - *Fortran Program for Factor and Vector Analysis of Geologic Data using an IBM 7090 or 7094/1401 Computer System*. Kansas Geol. Survey-Special Distr. Pubbl. 13.
- ONDRICK C. W. & SRIVASTAVA G. S. (1970) - *CORFAN-FORTRAN IV computer program for correlation, factor analysis (R- and Q-mode) and varimax rotation*. Kansas Geol. Survey comp. contr. 42.
- PACE F. (1966) - *Studio petrografico dell'alta Val Viola (Sondrio)*. Atti Soc. It. Se. Nat. CV, 43-60.
- POTENZA R. (1969) - *Note illustrative della Carta Geologica d'Italia - F. 8 BORMIO*, 30-31.
- POTENZA R. (1970) - *Gabbro di Sondalo*. Studi Illustrativi della Carta Geologica d'Italia - Formazioni Geologiche, fase. IV.
- POTENZA R. (1972) - *A geomathematic investigation on syntexis in a gabbroic formation*. Atti del simposio: Hornická Přebram ve vědě a technice 1972 (in corso di pubblicazione).
- SPEARMAN C. (1904) - *General intelligence, objectively determined and measured*. Am. Journ. Psychology, 15, 201-293.