## Alfredo Rittmann

# Metodo del quoziente caratteristico dei ritardi per la determinazione indiretta di 2V.

Sommario. — Nella presente nota, allo scopo di ampliare il campo di applicabilità dei metodi conoscopici per la determinazione dell'angolo 2V degli assi ottici, viene introdotto un nuovo metodo detto del quoziente caratteristico dei ritardi.

#### Premessa.

Attualmente i cosidetti metodi teodolitici universali o del Fedorow per la determinazione dell'angolo 2V nei minerali in sezione sottile, sono i più usati. L'applicazione di questi metodi varia a seconda di come si presenta la sezione. Nel caso però che nessuno degli assi ottici possa essere portato a coincidere con l'asse del microscopio, una determinazione diretta con i metodi del Fedorow non è più possibile; si ricorre allora ad una valutazione indiretta dell'angolo 2V in base alla determinazione di due delle birifrangenze principali oppure introducendo il metodo di BEREK o della estinzione caratteristica. Questi metodi, in effetti buoni ed eleganti, presentano però alcuni caratteri che, per la pratica diagnostica, si rivelano in certo qual modo negativi; infatti essi richiedono un'apparecchiatura che purtroppo non può essere sempre a disposizione del ricercatore ed un tempo di applicazione non indifferente perchè le valutazioni possano essere fatte con la dovuta precisione; inoltre la loro applicabilità è limitata solo a minerali in sezione sottile o per lo meno in preparati solidi (non sono cioè applicabili alle polveri dei minerali immerse in liquidi ad indice di rifrazione noto).

A questi metodi si contrappongono i noti metodi conescopici che, dltre ad essere applicabili anche ai minerali ridotti in polvere - granelli o solidi di sfaldatura - richiedono meno tempo di applicazione dei metodi teodolitici, nè è necessaria per essi una apparecchiatura speciale. Se l'immagine conoscopica è tale che presenta nel campo le tracce degli assi ottici, o la traccia di uno degli assi ottici e di una delle bisettrici dell'angolo 2V, si procede senz'altro alla misura diretta di tale angolo. Nel caso di sezioni - o più frequentemente di solidi di sfaldatura che presentino alla osservazione sezioni normali alle bisettrici degli assi ottici o alla normale ottica, ma nelle quali le tracce degli assi ottici siano fuori del campo conoscopico, bisogna ricorrere a metodi indiretti che, attraverso la misura di elementi caratteristici del minerale, funzioni di 2V, permettano di risalire alla valutazione della grandezza di tale angolo.

Il più noto di tali metodi indiretti è quello del MI-CHEL-LEVY, detto anche « metodo dell'angolo caratteristico di fuga delle isogire »: se si osserva secondo una delle sezioni principali, l'angolo  $\vartheta$  di cui bisogna ruotare la piattaforma del microscopio perchè, a partire dalla posizione di croce delle isogire, i due rami di iperbole in cui essa si scinde arrivino al bordo del campo conoscopico, è una funzione di 2V, nell'apertura numerica dell'obbiettivo U e dell'indice di rifrazione  $n_{\beta}$ .

Dalla relazione

8

$$\mathrm{en} \ \nabla = \frac{\mathrm{U}}{n_{\theta} \ \sqrt{\mathrm{sen} \ 2 \ \theta}}$$

nota la costante strumentale U, e misurati  $n_{\beta} \in \vartheta$  si ricava  $2\nabla$ .

Il metodo di MICHEL-LEVY presenta però, in molti casi, gravi difficoltà nella esecuzione della misura dell'angolo caratteristico, ed anche nei casi più favorevcli tale misura risulta imprecisa. Abbiamo perciò sentito la necessità di trovare un nuovo metodo che superasse, almeno in parte, le incertezze di questo. Tale nuovo metodo, che da circa sette anni ci ha dato buoni risultati nella pratica diagnostica, è particolarmente utile per lo studio dei molti minerali i cui piani di sfaldatura offrono alla osservazione una delle sezioni principali ed è naturalmente applicabile anche a quelle sezioni sottili che presentino una sezione del minerale che abbia tale orientazione. Esporremo brevemente qui di seguito tale metodo.

### Apparecchiatura.

Per la esecuzione delle misure conoscópiche che illustreremo occorre avere a disposizione la seguente apparecchiatura:

1 microscopio polarizzatore munito di:

1 obbiettico con apertura numerica U = 0.85 (1);

1 condensatore con apertura numerica non minore di quella dell'obbiettivo;

1 lente di Amici-Bertrand ben centrata;

2 lamine ausiliarie: gesso — rosso di primo ordine e mica —  $1/4 \lambda$ ;

1 diaframma da applicarsi immediatamente sopra alla lente di Amici-Bertrand;

1 serie di liquidi ad indice di rifrazione noto e compresi fra n = 1,45 ed n = 1,74.

 $(^{1})$  Dato che i diagrammi che riportiamo sono stati calcolati per questa apertura, è importante che il ricercatore si attenga, nella applicazione di questi, scrupolosamente ai dati esposti. Obbiettivi con apertura U = 0,85 sono per esempio quelli n. 7 e 6\* Leitz. Nel caso che il ricercatore non abbia a disposizione questi obbiettivi può costruire, mediante le formule che esponiamo, diagrammi analoghi relativi ai mezzi a sua disposizione.

### Metodo del quoziente dei ritardi.

Un elemento caratteristico di un dato minerale che, come l'angolo di fuga delle isogire, è funzione di 2V, è la birifrangenza  $\Delta_x$  che il minerale presenta in una direzione x secondo cui viene attraversato dalla luce.

Poichè fra la birifrangenza  $\Delta_x$  ed il ritardo  $R_x$  corririspondente ad una generica direzione, essendo  $d_x$  il cammino percorso dalla luce nel minerale in esame in tale direzione, esiste la relazione :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = d_{\mathbf{x}} \, \Delta_{\mathbf{x}} \tag{1}$$

noi ricaveremo adesso una relazione tra  $R_x e 2V$  tale che ci permetta, attraverso la misura di ritardi, la misura di 2V.

La nota relazione di Bertin stabilisce :

$$\operatorname{sen} \psi'_{x} \operatorname{sen} \psi''_{x} = \frac{\frac{1}{n_{a'}^{2}} - \frac{1}{n_{\gamma'}^{2}}}{\frac{1}{n_{\alpha}^{2}} - \frac{1}{n_{\gamma'}^{2}}} = \frac{n_{a}^{*} n_{\gamma}^{2}}{n_{a'}^{2} n_{\gamma'}^{2}} \cdot \frac{n_{\gamma'} + n_{a'}}{n_{\gamma} + n_{a}} \cdot \frac{n_{\gamma'} - n_{a'}}{n_{\gamma} - n_{a}}$$

dove  $\psi'_x \in \psi''_x$  sono gli angoli che la generica direzione x forma con gli assi ottici A' e A''.

Tale relazione, in base alla notà approssimazione di Mallard (il prodotto  $\frac{n_{\alpha}^{2} n_{\gamma}^{2}}{n_{\alpha'}^{2} n_{\gamma'}^{2}} \cdot \frac{n_{\gamma'} + n_{\alpha'}}{n_{\gamma} + n_{\alpha}}$  è, anche nei casi più sfavorevoli, praticamente uguale alla unità) si può scrivere :

$$\operatorname{sen} \psi'_{\mathbf{x}} \operatorname{sen} \psi''_{\mathbf{x}} \cong \frac{\Delta_{\mathbf{x}}}{\Delta}$$
(2)

dove  $\Delta$  è la birifrangenza massima e  $\Delta_x$  è la birifrangenza relativa alla direzione x.

Riportiamo le relazioni di Mallard che legano le birifrangenze principali all'angolo degli assi ottici:

$$\operatorname{sen}^{2} \mathbb{V} \cong \frac{\Delta_{1}}{\Delta}; \quad \cos^{2} \mathbb{V} = \frac{\Delta_{2}}{\Delta}.$$
(3)

La relazione approssimata di Bertin (2), applicata alle sezioni principali, e per un punto P uguale alla intersezione dell'orlo della figura conoscopica con la traccia del piano principale cui corrisponde il ritardo minimo dà (indicando con  $B_1$  la bisettrice acuta, con  $B_2$  quella ottusa e con  $B_3$  la



Fig. 1.

normale al piano degli assi ottici; con  $\Delta_1$  la birifrangenza secondo  $B_1$ , con  $\Delta_2$  quella secondo  $B_2$  e con  $\Delta$  la massima secondo  $B_3$ ):

1°) Sezione normale a B<sub>1</sub> (v. fig. 1):

$$\frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{\Delta_p}{\Delta_1} \operatorname{sen}^2 \nabla = \operatorname{sen} \psi'_p \operatorname{sen} \psi''_p \tag{4}$$

15

In tal caso, essendo  $\psi'_p = \nabla - \mu e \psi''_p = \nabla + \mu$ , è:

 $\operatorname{sen} \psi'_{p} \operatorname{sen} \psi''_{p} = \cos^{2} \mu - \cos^{2} \nabla$ 

per cui:

$$\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta_{\rm t}} = \frac{\cos^3 \mu - \cos^3 \nabla}{\sin^2 \nabla} \,. \tag{5}$$

2°) Sezione normale a B<sub>2</sub> (vale la stessa figura 1, ove a B<sub>1</sub> si sostituisca B<sub>2</sub> e a V si sostituisca  $(90 - \nabla)$ ). Per la (3) si ha:

$$\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta} = \frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta_{\rm g}} \cos^{\rm g} \nabla = \operatorname{sen} \psi'_{\rm p} \operatorname{sen} \psi''_{\rm p} \,. \tag{6}$$

Adesso è:

$$\psi'_{\rm p} = (90 - \nabla); \ \psi''_{\rm p} = (90 - \nabla) + \mu$$

allora:

 $\operatorname{sen} \psi'_{\mathfrak{p}} \operatorname{sen} \psi''_{\mathfrak{p}} = \cos^2 \mu - \cos^2 (90 - \nabla) = \cos^2 \mu - \operatorname{sen}^2 \nabla$ da cui :

$$\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta_{\rm s}} = \frac{\cos^{\rm s}\mu - \sin^{\rm s}\nabla}{\cos^{\rm s}\nabla} \,. \tag{7}$$

3°) Sezione normale a B<sub>a</sub> (v. fig. 2):

$$\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta} = \operatorname{sen} \psi'_{\rm p} \operatorname{sen} \psi''_{\rm p} \,. \tag{8}$$

E poichè in tal caso  $\psi'_p = \psi''_p$  e dal triangolo sferico  $B_{\mu}$ A' P si ha: cos  $\psi_p = \operatorname{sen} \mu \cos \nabla$ , la (4) diventa:

$$\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta} = 1 - \sin^2 \mu \cos^2 \nabla \,. \tag{9}$$

Osservando quindi secondo una sezione normale a  $B_1$ ,  $B_2$  o  $B_3$  noi potremo, misurando due birifrangenze e noto  $\mu$ , ricavare V. L'angolo dipende dalla apertura numerica dell'obbiettivo adoperato e dall'indice di rifrazione medio (')

(1) L'indice di rifrazione medio è  $\overline{n}=rac{n_{lpha}+n_{eta}+n_{\gamma}}{3}$ 



del minerale. Detto  $\xi$  l'angolo d'apertura del cono luminoso nel mezzo aria e  $\mu$  l'angolo d'apertura nel mezzo mine-

rale, per la legge di Snellius tra detti angoli esiste la relazione :

$$\frac{\operatorname{sen}\,\xi}{\operatorname{sen}\,\mu} = \overline{n}\,. \tag{10}$$

Dalla (10), poichè è:

 $sen \xi = U = apertura numerica dell'obbiettivo$ 

si ha:

$$\sin \mu = \frac{U}{n} . \tag{11}$$

La misura delle birifrangenze, che dovremmo effettuare per applicare le (5), (7) e (9), presenta però l'inconveniente di richiedere la misura dello spessore d della sezione che si esamina; e tale misura è difficoltosa e molto imprecisa.

228 .

Al rapporto delle birifrangenze, noi sostituiremo perciò il rapporto dei ritardi. In base alla (1) si ha:

 $\frac{\Delta_{\rm p}}{\Delta_{\rm B}} = \frac{d_{\rm p}}{d} \; \frac{{\rm R}_{\rm p}}{{\rm R}_{\rm B}} = \frac{{\rm R}_{\rm p}}{{\rm R}_{\rm B}} \; \frac{d\cos\mu}{d} = \frac{{\rm R}_{\rm p}}{{\rm R}_{\rm B}} \cos\mu = \sin\psi'_{\rm p} \sin\psi''_{\rm p}$ 

da cui:

$$\frac{R_{p}}{R_{B}} = \frac{\operatorname{sen} \psi'_{p} \operatorname{sen} \psi''_{p}}{\cos \mu}$$

Applicando tale formula ai tre casi avanti esposti, si ha: Caso 1° - Sezione  $\perp a B_1$ :

$$\frac{\mathbf{R}_{\mathrm{p}}}{\mathbf{R}_{\mathrm{t}}} = \frac{\cos^{2}\mu - \cos^{2}\nabla}{\cos\mu\,\sin^{2}\nabla}$$

e sostituendo a cos  $\mu$  il suo valore ricavato dalla (11):

 $\frac{\mathbf{R}_{\mathbf{p}}}{\mathbf{R}_{\mathbf{1}}} = \frac{\overline{n^2} \operatorname{sen}^2 \nabla - \mathbf{U}^2}{\operatorname{sen}^2 \nabla \sqrt{n^2 - \mathbf{U}^2}} \,.$ 

Caso 2° - Sezione ⊥ a B<sub>2</sub>:

$$\frac{\mathbf{R}_{p}}{\mathbf{R}_{2}} = \frac{\cos^{2}\mu - \sin^{2}\nabla}{\cos\mu\cos^{2}\nabla}$$

e sostituendo a cos µ il suo valore:

$$\frac{\mathbf{R}_{\mathbf{p}}}{\mathbf{R}_{2}} = \frac{\overline{n^{2}}\cos^{2}\nabla - \mathbf{U}^{2}}{\cos^{2}\nabla\sqrt{n^{2} - \mathbf{U}^{2}}}.$$

- 229 -

Caso 3° - Sezione ⊥ a B<sub>a</sub>:

$$\frac{\mathrm{R_p}}{\mathrm{R_s}} = \frac{1 - \mathrm{sen}^2 \, \mu \, \mathrm{cos}^2 \, \nabla}{\mathrm{cos} \, \mu}$$

e sostituendo a  $\cos \mu$  il suo valore:

$$\frac{\mathrm{R}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{s}}} = \frac{\overline{n^{2}} - \mathrm{U}^{2} \cos^{2} \mathrm{V}}{\sqrt{n^{2}} - \mathrm{U}^{2}} \, .$$

Tali relazioni servono dunque a calcolare il valore di V, noti che siano U ed  $\overline{n}$ , quando si proceda alla misura di  $\mathbb{R}_p$  ed  $\mathbb{R}_B$ , cioè quando si misurino: il ritardo  $\mathbb{R}_B$  al centro della figura conoscopica, ed il minore tra i due ritardi che si presentano in corrispondenza delle intersezioni delle tracce dei piani principali con l'orlo del campo conoscopico. Analogamente a quanto fatto per il ritardo minimo  $\mathbb{R}_p$ , può farsi per il ritardo massimo che compare al bordo del campo conoscopico in corrispondenza della traccia dell'altro piano principale.

Detto R<sub>g</sub> tale ritardo, per i tre casi soliti si ha:

Caso 1º:

E'  $\psi'_g = \psi''_g$  e dal triangolo sterico  $G A' B_1$  si ha (v. fig. 1):

 $\cos \psi_{\rm g} = \cos \mu \cos V$ .

Per cui:

$$\frac{R_g}{R_1} = \frac{1 - \cos^2 \mu \, \cos^2 V}{\cos \mu \, \sin^2 V}$$

e sostituendo  $\cos \mu$ 

$$\frac{\mathrm{R_g}}{\mathrm{R_i}} = \frac{\overline{n^2} \operatorname{sen}^2 \nabla + \mathrm{U}^2 \cos^2 \nabla}{\operatorname{sen}^2 \nabla \sqrt{n^2 - \mathrm{U}^2}} \,.$$

Caso 2º :

 $E' \psi'_g = \psi''_g$  e dal triangolo sferico  $G A' B_2$  si ha (v. fig. 1 modificata):

$$\cos \psi_{\rm g} = \cos \mu \, \mathrm{sen} \, \mathrm{V}$$
.

Per cui:

$$\frac{\mathrm{R_g}}{\mathrm{R_2}} = \frac{1 - \cos^2 \mu \, \mathrm{sen}^2 \, \mathrm{V}}{\cos^2 \, \mathrm{V} \, \mathrm{cos} \, \mu}$$

e sostituendo cos "

$$\frac{\mathbf{R}_{g}}{\mathbf{R}_{2}} = \frac{\overline{n^{2}}\cos^{2}\nabla + \mathbf{U}^{2}\sin^{2}\nabla}{\cos^{2}\nabla\sqrt{n^{2} - \mathbf{U}^{2}}}$$

Caso 3º:

$$\frac{R_{g}}{R_{s}} = \frac{\operatorname{sen} \psi'_{g} \operatorname{sen} \psi''_{g}}{\cos \mu}$$

e poichè  $\psi'_g = 180^\circ - \psi''_g$  e per il triangolo sferico  $B_2A'G$  retto in  $B_2$  (v. fig. 2) si ha:

$$\cos \psi' g = \operatorname{sen} \mu \operatorname{sen} \nabla$$
$$\frac{\operatorname{R}_{g}}{\operatorname{R}_{s}} = \frac{\operatorname{sen}^{2} \psi_{g}}{\cos \mu} = \frac{1 - \operatorname{sen}^{2} \mu \operatorname{sen}^{2} \nabla}{\cos \mu'}$$

e sostituendo  $\cos \mu$ 

$$rac{\mathrm{R}_{\mathrm{g}}}{\mathrm{R}_{\mathrm{s}}} = rac{\overline{n^2} - \mathrm{U}^2 \, \mathrm{sen}^2 \, \mathrm{V}}{\sqrt{n^2} - \mathrm{U}^2} \; .$$

Come si vede, il valore delle espressioni  $\frac{R_p}{R_B}$  ed  $\frac{R_g}{R_B}$ è 'fortemente influenzato dal valore di  $\mu$  o, ciò che è lo stesso, dal valore di  $\overline{n}$ . Poichè la misura esatta di  $\overline{n}$  non può ottenersi facilmente, noi preferiamo usare, in luogo dei rapporti  $\frac{R_p}{R_B}$  o  $\frac{R_g}{R_B}$  i rapporti  $\frac{R_p}{R_g}$  cosicchè gli eventuali errori commessi nella valutazione di  $\overline{n}$  si compensino. Il rapporto :

$$\frac{R_p}{R_g} = Q$$

noi chiamiamo quoziente caratteristico dei ritardi, e daremo il diagramma che ci dà  $\nabla$  in funzione di Q.

L'espressione di Q per i tre casi vale:

1° caso – Sezione  $\perp a B_1$ :

$$Q = \frac{R_{p}}{R_{g}} = \frac{\cos^{2}\mu - \cos^{2}\nabla}{1 - \cos^{2}\mu\cos^{2}\nabla} = \frac{\overline{n^{2}}\sin^{2}\nabla - U^{2}}{\overline{n^{2}}\sin^{2}\nabla + U^{2}\cos^{2}\nabla} \quad (12)$$

2° caso - Sezione 1 a B<sub>2</sub>:

$$Q = \frac{R_{p}}{R_{g}} = \frac{\cos^{2}\mu - \sin^{2}V}{1 - \cos^{2}\mu \sin^{2}V} = \frac{\bar{n}^{2}\cos^{2}V - U^{2}}{\bar{n}^{2}\cos^{2}V + U^{2}\sin^{2}V}$$
(13)

3° caso - Sezione 1 a B<sub>3</sub>:

$$Q = \frac{R_{p}}{R_{g}} = \frac{1 - \sin^{2} \mu \cos^{2} V}{1 - \sin^{2} \mu \sin^{2} V} = \frac{\overline{n^{2}} - U^{2} \cos^{2} V}{\overline{n^{2}} - U^{2} \sin^{2} V}.$$
 (14)

Possiamo osservare, prima di introdurre il diagramma, che si possono avere casi limite i quali ci dànno il senso della continuità del campo di applicazione delle relazioni (12), (13) e (14) nella successione dei casi 1°, 2° e 3°.

Infatti, prendendo il valore di  $2 \nabla = 90^{\circ}$ , che rappresenta il punto di passaggio dalla sezione normale a B<sub>1</sub> a quella normale a B<sub>2</sub> (caso 1° e 2°), vediamo che Q assume per i due casi il valore comune

$$Q = \frac{\overline{n^2} - 2 U^2}{\overline{n^2} + U^2} \,. \tag{15}$$

Prendendo invece l'angolo  $2V = 0^{\circ}$  che rappresenta il punto di passaggio dalla sezione normale a  $B_2$  a quella normale a  $B_3$  e che corrisponde alla sezione parallela all'asse ottico di un minerale uniassico e normale alla direzione di vibrazione di un raggio ordinario  $\omega$ , vediamo che Q assume per i due casi il valore comune:

$$Q = 1 - \frac{U^2}{n^2} = \cos^2 \mu \,. \tag{16}$$

Se siamo nel caso di una sezione normale a  $B_1$ , ed è  $\nabla \geq \mu$ , è applicabile il metodo conoscopico diretto di determinazione dell'angolo  $2\nabla$ ; infatti se  $\nabla$  diviene minore di  $\mu$  le tracce degli assi ottici entrano nel campo visivo.

È interessante infine vedere che, per il valore  $2V = 90^{\circ}$ , per una sezione normale a B<sub>s</sub> (caso 3°) Q diviene uguale ad 1. In base allora alle relazioni (12), (13), (14) ed alle os-



servazioni sui casi limiti suddetti, si può costruire un diagramma del tipo riportato in fig. 3 dove nella ordinata sono riportati i valori di Q da 0 a 1, nella ascissa i valori dell'angolo  $2\nabla$  variabili con continuità da circa 50° a 90° per la sezione normale a B<sub>1</sub>, da 90° a 0° per la sezione normale a B<sub>2</sub> e di nuovo da 0° a 90 per la sezione normale a B<sub>3</sub>, e dove le curve tracciate rappresentano i luoghi dei punti delle Q funzioni di  $2\nabla$ , nei campi di variabilità compresi nella ascissa per valori  $\overline{n} = 1,4,1,5....2,0$  e infine per una apertura numerica presa uguale a 0,85. Nel diagramma si sono interrotte le curve in corrispondenza di Q = 0.

Si potevano costruire le curve relative ai valori da Q = 0 a Q = -1, ma tali valori si hanno per  $\nabla < \mu$ , caso in cui è applicabile la misura diretta, come s'è detto.

Il diagramma è utilissimo nella diagnostica perchè si può determinare attraverso di esso anche il tipo di sezione secondo cui si osserva, e quindi passare a stabilire con sicurezza il segno ottico del minerale che si studia.

### Sezione normale ad un asse ottico.

Questo caso, assai raro nei solidi di sfaldatura, si individua facilmente in sezione sottile, dato che le sezioni perpendicolari ad un asse ottico appaiono isotrope in luce parallela (ortoscopia).

L'immagine conoscopica è caratterizzata da una isogira che ha per tutte le posizioni della piattaforma il suo apice nel centro del campo visivo (<sup>1</sup>).

Nelle posizioni diagonali l'immagine dell'isogira è curva e in base alla maggiore o minore curvatura di essa si può procedere, come è noto, ad una stima approssimata di 2V.

In questo caso (vedi fig. 4), i ritardi minimo e massimo  $R_p \in R_g$  si trovano ambedue sulla traccia del piano principale sull'orlo del campo, ed in particolare  $R_p$  in corrispondenza della convessità ed  $R_g$  in corrispondenza della concavità della isogira; si ha:

$$\frac{R_{p}}{R_{g}} = Q_{A} = \frac{\operatorname{sen} \psi'_{p} \operatorname{sen} \psi''_{p}}{\operatorname{sen} \psi'_{g} \operatorname{sen} \psi''_{g}} .$$
(17)

(1) Per la pratica diagnostica il metodo è ancora applicabile e dà risultati di buona approssimazione anche in casi in cui l'apice della isogira non coincida esattamento con il centro del campo visivo e cada a breve distanza da una parte o dall'altra di esso, sempre però sul diametro normale alla traccia del piano degli assi ottici. Nella fig. 4 ove i simboli sono i medesimi delle fig. precedenti vediamo che  $\psi'_p = \psi'_g = \mu$ ;  $\psi''_p = 2\nabla$ ;  $\psi''_g = 2\nabla + \mu$ onde, introducendo questi valori nella (17), si ha la



$$Q_{A} = \frac{\operatorname{sen} \left(2 \ \nabla - \mu\right)}{\operatorname{sen} \left(2 \ \nabla + \mu\right)} \tag{18}$$

)

Fig. 4.

nella quale possono facilmente sostituirsi ai  $\mu$  i termini U ed  $\overline{n}$  in base alla (10).

Anche per questo caso, prima di introdurre il diagramma, facciamo alcune osservazioni sulla continuità del campo di applicazione della relazione (18):



a) Per  $2V = \mu$ , la traccia del secondo asse ottico si trova sull'orlo del campo:  $Q_A = 0$ ;

Fig. 5.

b) Per 2V = 2μ, la traccia del secondo asse ottico
è fuori del campo, B₁ è sull'orlo del campo: Q<sub>A</sub> = sen μ/sen 3 μ;
c) Per 2V = 90°, sia la traccia del secondo asse ottico che B₁ sono fuori del campo: Q<sub>A</sub> = 1.

Vediamo cioè passare con continuità il luogo dei punti

di  $Q_A$  — per un determinato indice di rifrazione — dal valore 0, attraverso un valore sen  $\mu$ /sen 3 $\mu$ , sino al valore 1.

In base alla relazione (18) ed alle osservazioni sui casi limite, possiamo costruire il diagramma di cui in fig. 5 dove sulla ascissa sono riportati i valori di 2V da  $20^{\circ}$ 'a 90°, sulla ordinata i valori di Q da 0 ad 1, e dove sono tracciate le curve dei luoghi dei punti della Q per determinati valori di  $\overline{n}$  e di 2V; e per U = 0,85.

# Applicazione del metodo dei ritardi.

Per la determinazione pratica dell'angolo degli assi ottici di un minerale che abbia un piano di sfaldatura parallelo ad una delle sezioni principali della indicatrice ottica, si procede come segue:

1º) Si prende un piccolo granello di minerale (diametro = 2 mm circa) e si frantuma nel mortaio di agata a lievi colpi secchi (si deve evitare qualsiasi moto rotatorio e lo schiacciamento, che rovinerebbe i solidi di sfaldatura). Non è necessario che la frantumazione sia molto spinta; essa dipende dalla birifrangenza del minerale in esame, minerali a bassa birifrangenza richiedono uno spessore dei granelli maggiore di quelli ad alta birifrangenza, ma anche nel caso di minerali a bassissima birifrangenza (es. ortoclasio) uno spessore dei granelli di un decimo di mm è più che sufficiente.

2°) Una parte dei granelli di sfaldatura così ottenuti si portano su di un portaoggetti. Se già si conosce l'indice di rifrazione del minerale che si studia si può procedere senz'altro alle misure; altrimenti si può determinare l'indice di rifrazione col metodo della immersione in liquidi ad indice di rifrazione noto ed usare per le misure uno qualsiasi dei preparati che si son fatti per la determinazione di  $\overline{n}$ .

3°) Osservando con un obbiettivo di medio ingrandimento (per es. n. 3 Leitz) si cercano solidi di sfaldatura ben formati (superfici piane e spessore costante e quindi colori d'interferenza uniformi).

4°) Si cambia obbiettivo ed al medio si sostituisce un obbiettivo forte (n. 6\* o n. 7 Leitz sono quelli per i quali è costruito il diagramma di fig. 3). Si verifica al conoscopio se il granello scelto è bene orientato, cioè se presenta una sezione normale a  $B_1$ ,  $B_2$  o  $B_3$ , riconoscibile per la distribuzione bisimmetrica delle isocromate.

5°) Trovata una tale sezione, si ruota la piattaforma del microscopio fino a che si forma la croce delle isogire e, a partire da questa posizione, si ruota la piattaforma di 45° in senso orario o antiorario, indifferentemente. E' bene tenere i fili del reticolo orientati NW-SE o NE-SW perchè così è più facile individuare i punti in corrispondenza dei quali bisogna valutare i ritardi.

6°) Si disinserisce la lente di Amici-Bertrand e si osserva il ritardo che dà il granello che si studia. In tal modo non si commetteranno errori nella valutazione dell'ordine dei colori che compaiono ai bordi in corrispondenza di P e G. Osservando i bordi del granello si troverà sempre un punto in cui lo spessore passa da zero al valore massimo. Avremo cioè sui bordi, che di regola sono cuneiformi, la sequenza dei colori d'interferenza relativi ai ritardi che aumentano, con lo spessore, da zero al massimo, corrispondente allo spessore massimo del granello. Sarà così facile stabilire l'ordine del colore di interferenza che presenta la sezione.

7°) Si inserisce di nuovo la lente Amici-Bertrand. Conosciamo il ritardo al centro, che è quello che abbiamo valutato, e riferendoci a questo possiamo valutare con esatezza  $R_p$  ed  $R_g$  e quindi Q. Con il valore di Q così ricavato, noto  $\overline{n}$ , si entra nel diagramma di fig. 3 e si ricava 2V. Per la stima di  $R_p$  ed  $R_g$  bisogna possedere una « tavola dei colori d'interferenza » che ci permetta di valutare i ritardi corrispondenti ai colori osservati (<sup>1</sup>). Nel caso in cui non si sia certi della valutazione di un colore, si può procedere ad una più precisa determinazione usando le lamine ausisiliarie. Se sono ben tarate per addizione o sottrazione dànno colori che possono essere più facilmente stimabili del colore originario; dal ritardo così stimato, si sottrae o si addiziona il ritardo proprio della lamina e si ha il ritardo cercato.

Riportiamo qui di seguito i valori ottenuti in misure effettuate dall'ing. Luciano VIGHI (<sup>3</sup>). I valori attribuiti ai minerali sono quelli riportati dal WINCHEL (<sup>3</sup>).

1°) Baritina. Presenta piani di sfaldatura che sono normali a B<sub>2</sub>. E'  $\overline{n} = 1,638$ ;  $2V = +37^{1/2}$ °. Nelle misure effettuate su due diversi granelli abbiamo ottenuto:

I misura:

 $R_p = 650 \,\mu\mu$ ;  $R_g = 960 \,\mu\mu$ ; Q = 0.676;  $2V \cong 36^\circ$ 

II misura:

 $R_p = 580 \,\mu\mu; R_g = 840 \,\mu\mu; Q = 0.691; 2V \cong 32^\circ.$ 

Troviamo quindi una media di  $2V = +34^{\circ}$  e che effettivamente osserviamo secondo una sezione normale a B<sub>2</sub>.

2°) Celestina. Presenta piani di sfaldatura che sono normali a B<sub>2</sub>. E'  $\overline{n} = 1,621$ ;  $2V = +51^{\circ}$ . Nelle misure effettuate su diversi granelli abbiamo avuto:

I misura:

 $R_p = 450 \,\mu\mu$ ;  $R_g = 710 \,\mu\mu$ ; Q = 0.633;  $2V \cong 48^\circ$ 

(1) Una tavola simile è annessa per es. al manuale « I minerali delle rocce » di P. ALOISI.

(<sup>2</sup>) che cordialmente qui ringrazio, anche per l'aiuto datomi nella redazione della presente memoria.

(<sup>8</sup>) A. N. WINCHEL, *Elements of optical mineralogy*, Part. II Thir. Ed. J. Wiley, London.

II misura :

 $R_p = 400 \,\mu\mu; R_g = 640 \,\mu\mu; Q = 0.626; 2V \cong 50^\circ.$ 

Troviamo quindi una media di  $2V = +49^{\circ}$  e che effettivamente osserviamo secondo B<sub>a</sub>.

3°) Stilbite. Presenta piani di sfaldatura normali a  $B_s$ . E' $\overline{n} = 1,498$ ;  $2V = -33 \pm$ . Nelle misure effettuate abbiamo avuto:

I misura:

 $R_p = 700 \,\mu\mu; R_g = 960 \,\mu\mu; Q = 0.729; 2V = 36^\circ$ 

II misura :

 $R_p = 620 \,\mu\mu; R_g = 860 \,\mu\mu; Q = 0.720; 2V = 32^{\circ}.$ 

Troviamo quindi una media di  $2V = -34^{\circ}$  e che effettivamente osserviamo secondo B.

4°) Cianite. Presența piani di sfaldatura che sono quasi normali a  $B_1$ . L'angolo che  $B_1$  forma con il piano (010) si scosta di pochi gradi dall'angolo retto, ma anche in questo caso il metodo dei ritardi è applicabile. Basta infatti adesso, nella valutazione di  $R_p$  ed  $R_g$ , prendere la media dei due valori che si leggono nei quadranti opposti, visto che adesso l'immagine conoscopica non è più bisimmetrica, e quindi non si ha più un unico valore per i due ritardi minimi e per i due ritardi massimi, ma due diversi valori,  $R'_p$  ed  $R''_p$  e  $R'_g$  ed  $R''_g$ . In tal caso sarà :

$$Q = \frac{R'_{p} + R''_{p}}{2} : \frac{R'_{g} + R''_{g}}{2} = \frac{R'_{p} + R''_{p}}{R'_{g} + R''_{g}}$$

Le misure effettuate ci hanno dato :

I misura:

$$R'_p = 310 \,\mu\mu; \; R''_p = 210 \,\mu\mu; \; R'_g = 950 \,\mu\mu; \; R''_g = 850 \,\mu\mu;$$
  
 $Q = 0.289; \; 2V = 79^{\circ}$ 

II misura:

 $R'_{p} = 240 \,\mu\mu; \; R''_{p} = 180 \,\mu\mu; \; R'_{g} = 680 \,\mu\mu; \; R''_{g} = 620 \,\mu\mu;$  $Q = 0.324; \; 2V = 82^{\circ}.$ 

Troviamo quindi una media di  $2\nabla = -80^{1/2}$ °. Secondo il WINCHEL è  $2\nabla = 82^{1/2}$ °;  $\overline{n} = 1,72^{\circ}$ .

Come si vede dagli esempi su riportati, bastano poche misure per ottenere valori sufficientemente approssimati per la pratica diagnostica. Nei casi in cui si trovano buoni solidi di sfaldatura e si eseguano le misure con cura è sufficiente anche una sola misura per darci con sufficiente approssimazione il valore di  $2\nabla$ , e per farci determinare con sicurezza il tipo di sezione che presenta la sfaldatura.

Napoli, Centro Ricerche Geominerarie dell'I.R.I., dic. 1945. Istituto di Geologia Applicata della Università.